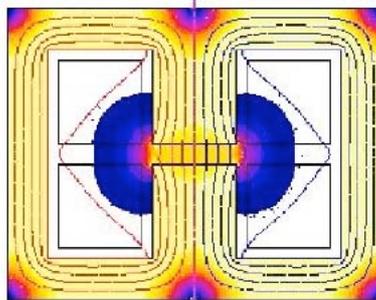


ELECTROTECHNIQUE

(1^{ère} année)
2005 - 2006

Généralités, circuits monophasés et triphasés,
circuits magnétiques, transformateurs,
machines à courant continu,
champs tournants



PASCAL TIXADOR

AVERTISSEMENT

Ce document est davantage un outil de travail pour le cours qu'un véritable polycopié. Il contient de nombreux tableaux de valeur ou d'ordres de grandeur ainsi que quelques schémas et illustrations de matériel électrotechnique. Très souvent les formules importantes sont données. Les plus curieux d'entre vous trouveront certains développements mathématiques non entrepris en cours.

BIBLIOGRAPHIE

- “Eléments de Génie Electrique - Connaissances de base et machines statiques”, M. Ivanès, R. Perret, Editions Hermès, Paris, 1994.
- “Electrotechnique industrielle”, G. Séguier, F. Notelet, Technique et documentation, Paris, 2^{ème} édition, 1996.
- “Machines Electriques”, Tomes 1 & 2, J. Chatelain, Dunod, 1984.
- “Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique”, P. Brissonneau, Editions Hermès, Paris, 1997.
- “Les installations électriques”, P. Lagonotte, Editions Hermès, Paris, 2000.
- Les techniques de l'ingénieur.
- “Electrodynamique appliquée”, B. Nogarede, Editions Dunod, Paris, 2005, ISBN 2 10 007314 1.
- “Electric machinery and power system - Fundamentals”, S. J. Chapman, Mc Graw Hill, 2002, ISBN 0-07-122620-6.

CONTENU - TABLE DES MATIERES

1. - ELECTROTECHNIQUE, INTRODUCTION, GENERALITES	7
1.1 Le génie électrique	7
1.1.1 Etendu du génie électrique	
1.1.2 Facteurs d'évolution et de progrès	
1.1.3 Libéralisation du marché de l'énergie électrique	
1.2 Le système électrique et chiffres (issus de documents EDF)	15
1.3 L'énergie électrique	15
1.3.1 L'interconnexion	
1.3.2 Le stockage de l'énergie électrique (tableau 1.5)	
1.3.3 Avantages de l'énergie électrique, chaîne de transmission électrique	
2. - SYSTEMES MONOPHASES	20
2.1 Sources d'énergie et éléments passifs	20
2.1.1 Source de tension (générateur de tension)	
2.1.2 Source de courant (générateur de courant)	
2.1.3 Conventions récepteur et générateur	
2.1.4 Eléments passifs R, L, C	
2.2 Lois générales des réseaux électriques linéaires	21
2.2.1 Loi de mailles	
2.2.2 Loi des noeuds	
2.3 Principe de superposition	21
2.4 Régimes permanent et transitoire	21
2.5 Théorèmes généraux	22
2.5.1 Théorème de Thevenin	
2.5.2 Théorème de Norton	
2.5.3 Transformation étoile-triangle (Kennelly)	
2.6 Définitions	22
2.6.1 Grandeur alternative	
2.6.2 Grandeur continue	
2.6.3 Grandeur efficace	
2.6.4 Grandeurs nominales ou assignées	
2.7 Grandeurs sinusoïdales (régime établi)	23
2.7.1 Notation complexe	
2.7.2 Impédance complexe	
2.8 Puissances	24
2.8.1 Cas général	
2.8.2 Cas sinusoïdal	
2.8.3 Récapitulatif	

3. - SYSTEMES TRIPHASES	27
3.1 Présentation, définitions	27
3.2 Notation complexe, opérateur rotation	27
3.3 Couplages	27
3.3.1 Couplage étoile (Y, Y_n, y, y_n) : mise en commun d'une borne des phases	
3.3.2 Couplage triangle (D, d) : mise en série des trois phases	
3.4 Schéma TT : neutre à la terre, dangers de l'électricité	29
3.5 Puissances	30
3.5.1 Puissances en triphasé équilibré	
3.5.2 Mesure des puissances active et réactive en triphasé équilibré	
3.6 Etude des circuits triphasés équilibrés	31
3.6.1. Aucun couplage entre les phases	
3.6.2. Couplage symétrique entre les phases (exemple)	
3.6.3. Conclusion	
3.7 Intérêt du système triphasé	32
3.8 Création d'une f.e.m. triphasée équilibrée	32
4. MATERIAUX POUR L'ELECTROTECHNIQUE	34
4.1 Matériaux conducteurs	34
4.1.1. Supraconducteurs.	
4.1.2. Matériaux classiques.	
4.1.2.1 Densités de courant admissibles	
4.1.2.2 Effet de peau	
4.2 Grandeurs H, J et B	38
4.2.1 Champ magnétique H (A/m)	
4.2.2 Aimantation M (A/m) - polarisation J (T)	
4.2.3 Induction magnétique B (T)	
4.2.4 Détermination des champs électromagnétiques	
4.3 Matériaux magnétiques	40
4.3.1 Cycle d'hystérésis, les différents matériaux magnétiques.	
4.3.2 Aimants permanents (matériaux magnétiques durs).	
4.3.3 Matériaux magnétiques doux.	
4.3.3.1 Intérêt des matériaux magnétiques doux.	
4.3.3.2 Pertes fer	
4.3.3.3 Différents matériaux magnétiques doux, ordres de grandeur	
4.4 Matériaux diélectriques	46
4.5 Remarques sur le dimensionnement (machines alternatives)	48
5. - CIRCUIT MAGNETIQUE	50
5.1 Intérêt des circuits magnétiques	50
5.2 Etude des circuits magnétiques	52
5.2.1 Equations et propriétés	
5.2.2 Induction à la surface d'un circuit magnétique	
5.2.3 Analogie avec l'électrocinétique	
5.2.3.1 Notion de réluctance	
5.2.3.2 Equivalence électromagnétisme - électrocinétique	
5.3 Exemple	55
5.4 Inductances	56
5.4.1 Inductances propre et mutuelle	
5.4.1.1 Inductance propre	
5.4.1.1.1. Cas linéaire (amagnétique ou non saturé)	
5.4.1.1.2. Cas non linéaire (saturation par exemple)	
5.4.1.2 Inductance mutuelle	
5.4.2. Inductances principales et inductance de fuite (cas linéaire)	
5.4.2.1 Coefficients de couplage et de dispersion	
5.4.2.2 Inductance de fuite totale	
5.4.2.3 Exemple	
5.5 Force magnétique	60
5.6 Circuit avec un aimant permanent - exemple	61
5.7 Fuites magnétiques dans le cas d'un circuit magnétique	62
5.8 Utilisation d'un logiciel d'électromagnétisme : FLUX2D	64

6. - TRANSFORMATEUR	65
6.1 Le transformateur	65
6.1.1 Intérêt d'augmenter la tension	
6.1.2 Limitations en tension	
6.1.3 Conclusion, intérêt des transformateurs	
6.2 Principe de fonctionnement, transformateur monophasé parfait	68
6.2.1 Principe et relations	
6.2.2 Transformation des impédances (transformateur parfait)	
6.2.2.1 Impédance secondaire	
6.2.2.2 Impédance primaire	
6.3 Transformateur réel - équations et schéma généraux	69
6.3.1 Mise en équations	
6.3.2 Schéma équivalent (figure 6.9)	
6.3.3 Fonctionnement à vide ($i_2 = 0$)	
6.4 Eléments très succincts de technologie	73
6.5 Chute de tension d'un transformateur réel	74
6.5.1 Schéma équivalent, équations de fonctionnement	
6.5.2 Diagramme de Kapp	
6.5.3 Eléments du diagramme de Kapp à partir des essais	
6.5.3.1 Plaque signalétique	
6.5.3.2 Essai à vide ($i_2 = 0$)	
6.5.3.3 Essai en court-circuit ($V_2 = 0$)	
6.6 Rendement d'un transformateur	76
6.7 Courant d'enclenchement d'un transformateur à vide	77
6.8 Ordres de grandeurs, exemples de réalisation	77
6.9 Transformateurs spéciaux	78
6.9.1 Transformateurs de mesure, transformateur de courant	
6.9.2 Autotransformateur	
6.10 Transformateur triphasés	80
6.10.1 Circuit magnétique	
6.10.1.1 Trois unités monophasées	
6.10.1.2 Circuit magnétique unique	
6.10.1.2.1 A trois colonnes symétriques	
6.10.1.2.2 Circuit magnétique plan	
6.10.2 Couplage des enroulements primaires et secondaires	
6.10.3 Fonctionnement sur charge équilibrée	
6.10.4 Pertes et rendement	
6.10.4.1 Pertes à vide	
6.10.4.2 Pertes en charge	
6.10.4.3 Rendement	
6.11 Résumé	84
7. - CONVERSION ELECTROMECHANIQUE	85
7.1 Structures	85
7.1.1 Conversions électromagnétique et électrostatique	
7.1.2 Notion de réversibilité - exemple	
7.1.3 Eléments des structures électromagnétiques	
7.1.4 Géométries des structures électromagnétiques	
7.1.4.1. Structures tournantes	
7.1.4.2. Structure linéaire	
7.2 Couple électromagnétique	89
7.3 Quelques considérations	91
7.4 Evolution des moteurs	91

8. - MACHINES A COURANT CONTINU	92
8.1 Introduction	92
8.2 Constitution et représentation	92
8.3 Inducteur	93
8.3.1 Constitution	
8.3.2 Alimentation de l'inducteur	
8.4 Induit	94
8.4.1 Constitution	
8.4.2 Nécessité d'un commutateur : le collecteur	
8.4.3 Le collecteur, principe et constitution	
8.5 Caractéristiques	101
8.5.1 f.e.m. à vide ($I = 0$, machine figure 8.14)	
8.5.2 f.e.m. en charge ($I \neq 0$)	
8.5.3 Couple	
8.6 Récapitulatif	103
8.7 Fonctionnement en génératrice	104
9. - MOTEURS A COURANT CONTINU	105
9.1 Introduction	105
9.1.1 Exemples de moteurs à courant continu	
9.1.2 Equations de fonctionnement d'un moteur à courant continu	
9.1.3 Fonctionnement stable d'un moteur	
9.2 Moteur à excitation séparée	107
9.2.1 Caractéristique mécanique $\Gamma(\Omega)$	
9.2.2 Variation de vitesse par la tension d'induit (excitation donnée)	
9.2.3 Variation de vitesse par l'excitation (tension d'induit donnée)	
9.2.4 Fonctionnement général dans les quatre quadrants	
9.3 Machine série	111
9.3.1 Moteur à courant continu série	
9.3.2 Moteur universel	
9.4 Exemple de fonctionnement à vitesse variable, démarrage	112
9.4.1 Constantes de temps	
9.4.2 Démarrage	
9.5 Quelques réalisations de tension variable	115
9.5.1 A partir d'une source alternative	
9.5.2 A partir d'une source continue	
9.6 Résumé	115
10. - TRACTION FERROVIAIRE ELECTRIQUE	116
11. - CHAMPS TOURNANTS	120
11.1 Définitions	120
11.2 Champ tournant à partir d'un bobinage (aimants) tournant	120
11.3 Champ tournant à partir de bobinages fixes	121
11.3.1 Etude qualitative	
11.3.2 Etude quantitative	
11.3.2.1 <i>Champ créé par un courant dans l'entrefer d'une machine</i>	
11.3.2.2 <i>Champ créé par un système triphasé équilibré de courant dans l'entrefer</i>	
11.4 Champ fixe sinusoïdal	126
Annexes	
Formules	128
Petite chronologie de l'électricité	129

=====

OBJECTIFS DU COURS D'ELECTROTECHNIQUE DE PREMIERE ANNEE

L'électrotechnique est l'ensemble des sciences et techniques concernant l'usage de l'électricité comme vecteur d'une énergie. Cette énergie électrique est produite, dans l'immense majorité des cas, à partir d'énergie mécanique par des machines électriques. Elle est ensuite transportée par des lignes électriques et distribuée à des usagers. Ces derniers la transforment dans d'autres formes d'énergie, par exemple thermique ou mécanique.

Le but de l'enseignement d'électrotechnique de première année est l'étude de l'ensemble du système électrique de puissance depuis les machines électriques et la transformation de l'énergie électrique jusqu'au réseau électrique. On s'attachera à étudier de façon aussi élémentaire que possible les divers composants et d'en donner un modèle simple, mais souvent suffisant pour un premier dimensionnement. Nous nous placerons délibérément du point de vue de l'utilisateur, et beaucoup moins du point de vue du constructeur.

Dans une première partie, nous nous attacherons à l'étude de la distribution de l'énergie, électrique sous forme de tensions et courants alternatifs monophasés (2 fils) ou triphasés (3 ou 4 fils). Nous mettrons en évidence les lois générales reliant les diverses grandeurs : puissances, intensités, tensions, impédances, etc. ... Quelques éléments sur les principaux matériaux conducteurs, magnétiques et isolants utilisés en électrotechniques seront donnés.

La deuxième partie sera consacrée à l'étude des machines électriques. Celles-ci sont constituées de circuits électriques (conducteurs) étroitement imbriqués dans un circuit magnétique (fer en général), séparé par un isolant. Nous commencerons par une étude simple des matériaux ferromagnétiques et leur agencement en un circuit magnétique. Nous expliquerons le fonctionnement des diverses machines et en donnerons un modèle élémentaire. Les machines seront, dans l'ordre, les transformateurs, machines à courant continu et à courant alternatif (synchrone et asynchrone) sous forme de moteur ou génératrice.

L'électronique de puissance sera introduite avec ses composants. Les redresseurs commandés ou non seront étudiés.

La dernière partie sera consacrée à l'étude des réseaux électriques. L'objectif de cette partie du cours est de faire comprendre les caractéristiques essentielles de fonctionnement d'un système de production, transport et distribution d'énergie électrique. On analysera d'abord les divers moyens de production d'énergie électrique (hydrauliques, thermiques et nucléaires), le dimensionnement et la technologie des dispositifs de transport que sont les lignes et câbles à haute tension. On développera ensuite les équations fondamentales de fonctionnement des lignes et des câbles et du transfert de l'énergie électrique. Dans un souci de bonne compréhension du fonctionnement du réseau, on étudiera les grands principes et les moyens de réglage de la tension qui sont à la base du fonctionnement du réseau. Cette présentation sera faite dans l'optique actuelle de l'évolution de la marche du réseau dans le cadre de la libéralisation du marché de l'électricité.

1. - ELECTROTECHNIQUE

INTRODUCTION, GENERALITES

Génie électrique : domaine scientifique regroupant l'ensemble des techniques qui permettent la production, le transport, le traitement, la transformation et l'utilisation rationnelle de l'énergie électrique.
L'électricité est un excellent vecteur d'énergie avec de remarquables capacités de conversion et de transport.

Construction électrique (données Gimelec pour l'année 1996) :

- chiffre d'affaires : 47 Milliards de \$ dont 70 % export
- excédent commercial : 15 Milliards de \$
- emploi : 328 000 personnes dont 87 000 ingénieurs et cadres
- rang mondial : 4^{ème}
- rang en France : 2^{ème} après la construction aéronautique.

ORDRES DE GRANDEUR

Un appartement :	10 kW	(3/18 kW suivant taille et chauffage)
Téléphérique Vaujany	1 500 kW	
Un T.G.V. Paris Sud-Est	6 400 kW	
Ville de Voiron	20 000 kW	(environ 1 kW par habitant)
L'Alpe-d'Huez	21 000 kW	
Alternateur le plus puissant	1 530 000 kW	
Puissance max installée en France	114 100 000 kW	(EDF, 1997)

Ne pas confondre le kW, unité de puissance, avec le kWh qui est une unité d'énergie.

Un kWh correspond à la consommation d'un appareil d'un kW pendant une heure.

1.1 Le génie électrique

L'énergie électrique a pris son essor à la fin du XIX^{ème} siècle mais elle reste un domaine extrêmement dynamique et innovant. Les performances toujours en progrès des systèmes électriques font que leurs champs d'application s'étendent de plus en plus en raison de sa grande flexibilité notamment (automobile, bateau, avion, espace, ...). En 50 ans, la consommation d'électricité a été multipliée par 12. Actuellement plus d'un quart de l'énergie primaire mondiale est utilisée pour produire de l'électricité. La dérégulation et la libéralisation des marchés de l'électricité vont profondément modifier les conditions et ouvrent une nouvelle ère pour l'industrie électrique. Les clients éligibles pourront faire le choix du fournisseur d'électricité. Les règles du jeu ne sont pas encore toutes fixées car de nombreuses questions, notamment techniques, subsistent.

1.1.1. Etendu du génie électrique

La figure 1.1 montre des exemples de la part croissante prise par l'énergie électrique. Elle donne l'évolution de la puissance électrique embarquée à bord de chars et celle consommée par un véhicule de milieu de gamme : 500 W dans les années 70, 2000 W actuellement et 5000 à 6000 W prévues dans 5 ans. Ces valeurs nécessitent une montée en tension (38 - 42 V). Outre les capteurs, les actionneurs électriques vont se multiplier à bord des voitures : soupapes électromagnétiques, compresseur de climatisation, assistance de freinage, ...

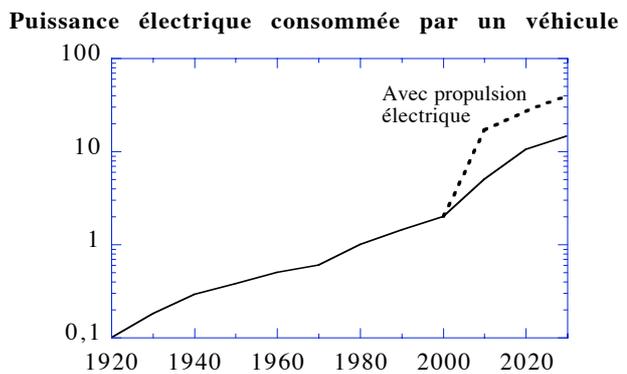
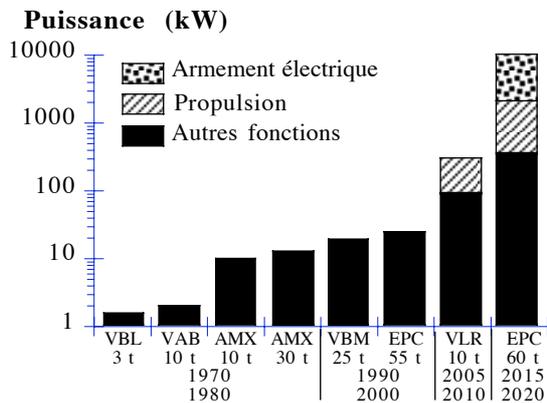


Figure 1.1 : évolution de la puissance électrique installée dans les chars (document DGA) et voitures (Delphi).

Appareil	1er vol	Puissance installée	Puissance massique des générateurs
Super caravelle	1965	2 x 40 kVA	670 W/kg
A 300	1972	2 x 90 kVA	1 500 W/kg
A320	1987	2 x 90 kVA	1 500 W/kg
A340 - 600	2001	4 x 90 kVA	1 500 W/kg
A 380	2005	5 x 150 kVA	2 310 W/kg

Tableau 1.1 : évolution des puissances installées à bord des Airbus (B. Nogarede)

Les bateaux sont un autre exemple où l'énergie électrique se développe. Les navires optent de plus en plus pour la propulsion électrique, notamment les navires de croisière. La propulsion électrique, par un contrôle précis et progressif de la vitesse des hélices, permet une précision de manoeuvre remarquable et inégalable. L'énergie électrique a permis de modifier et d'optimiser l'architecture même du bateau en supprimant le gouvernail. Les moteurs de propulsion sont dans des nacelles orientables fixées sous la coque, à l'extérieur des navires (POD) (figure 1.2). Le Queen Mary II (figure 1.2) sera la plus grand paquebot du monde avec ses 150 000 tonnes (longueur : 345 m, largeur : 41 m ; hauteur maximale : 72 m). Il transportera jusqu'à 2620 passagers. La propulsion (vitesse maximale de 30 noeuds soit environ 50 km/h) sera assurée par 4 pods de 19,5 MW, deux fixes et deux libres de pivoter à 360°. L'énergie électrique (118 MW) sera fournie par deux turbines et des moteurs diesel.



Figure 1.2 : Queen Mary (4 x 19,5 MW) et PODs (2x19,5 MW) du navire "Millenium" (documents Alstom).

La traction ferroviaire est un autre exemple du dynamisme du génie électrique avec la grande réussite technique et commerciale des T.G.V.. Les T.G.V. eux mêmes ont subi de profondes évolutions depuis les premières rames P.S.E. (Paris Sud Est) à moteurs à courant continu jusqu'au T.G.V. EUROSTAR à motorisation asynchrone alimentée par des modules IGBT (figure 1.3). L'histoire continue avec les T.G.V. pendulaires et les T.G.V. nouvelles générations qui visent des vitesses commerciales de 400 km/h.



Figure 1.3 : T.G.V. - du P.S.E. à l'Eurostar (www.transport.alstom.com).

D'autres voies encore plus innovantes existent avec les trains à sustentation magnétique qui flottent sur la voie grâce aux forces magnétiques à distance. Les japonais mènent un programme ambitieux depuis les années 70 sur ce type de transport à très grande vitesse. Ils détiennent le record de vitesse avec 552 km/h obtenu en Avril 1999. Les allemands se sont orientés vers un autre type de train à sustentation magnétique avec leur "Transrapid" (figure 1.5). Les suisses ont imaginé un train à lévitation magnétique dans un tunnel sous vide partiel (Swissmetro, figure 1.5) pour réduire la traînée aérodynamique. Celle-ci devient en effet prépondérante à haute vitesse.



Figure 1.4 : train à sustentation magnétique japonais MLX 01 (www.rtri.or.jp).

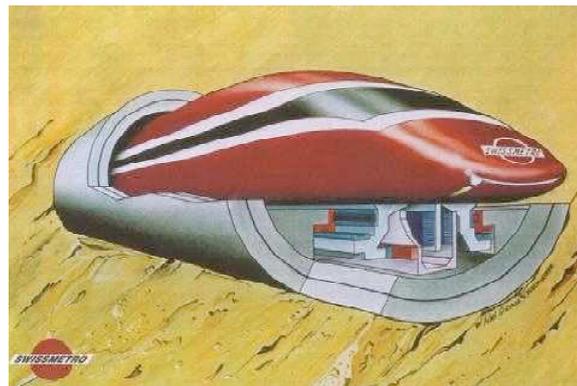


Figure 1.5 : train à sustentation magnétique Transrapid et projet du Swissmetro (sentenext1.epfl.ch/swissmetro).

Le domaine du génie électrique est très vaste, il ne se cantonne pas seulement aux moteurs et lignes électriques. Le médical par exemple fait appel de plus en plus aux dispositifs électriques pour le diagnostic en particulier. Citons les imageurs médicaux (figure 1.6) qui utilisent en général un gros électroaimant supraconducteur pour créer une induction élevée (1,5 T) dans un volume important.

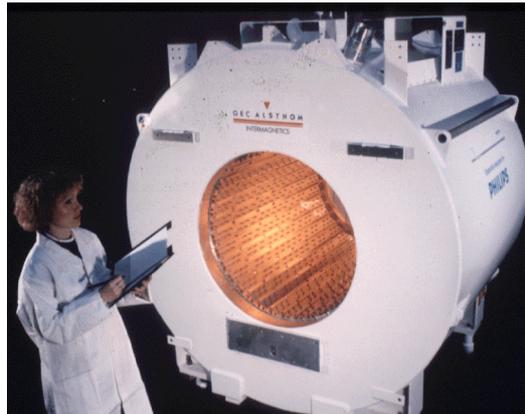


Figure 1.6 : aimant supraconducteur pour imageur IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) (photo Alstom).

La physique des hautes énergies exige des machines électriques bien particulières, véritables défis technologiques (figure 1.7). Le champ électrique et l'induction magnétique sont en effet les grandeurs de base pour accélérer et dévier les particules et percer ainsi les mystères de la matière. Le CERN à Genève est en train de construire un collisionneur de particules dont la circonférence atteint 27 km. Plus de 1200 électroaimants dipolaires créant 8,36 T permettront de maintenir les particules sur une orbite correcte. Ces aimants, comme beaucoup d'autres, utilisent des câbles supraconducteurs qui fonctionnent à 1,9 K (- 271 °C).



Figure 1.7 : collisionneur de particules RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), tunnel et aimant supraconducteur. (www.rhic.bnl.gov).

Une des voies les plus avancées pour la fusion thermonucléaire est le confinement magnétique du plasma maintenu à des centaines de millions de degrés. Il existe principalement deux systèmes magnétiques : le tokamak et le stellarator (figure 1.8). Les contraintes sont telles que seules les solutions supraconductrices sont envisageables d'un point de vue économique. Là encore, il s'agit de machines électriques tout à fait exceptionnelles qui nécessitent de repousser les limites technologiques et constituent de beaux challenges pour les ingénieurs électriciens.

A l'opposé de ces réalisations gigantesques, l'électrotechnique se développe aussi beaucoup dans le domaine très en pointe des microtechnologies. Celles-ci exigent des milli ou micro actionneurs (figure 1.9) toujours plus puissants, petits, efficaces et intelligents intégrant de nouvelles fonctionnalités pour détecter, mesurer, agir et communiquer ... Les développements sont nombreux.

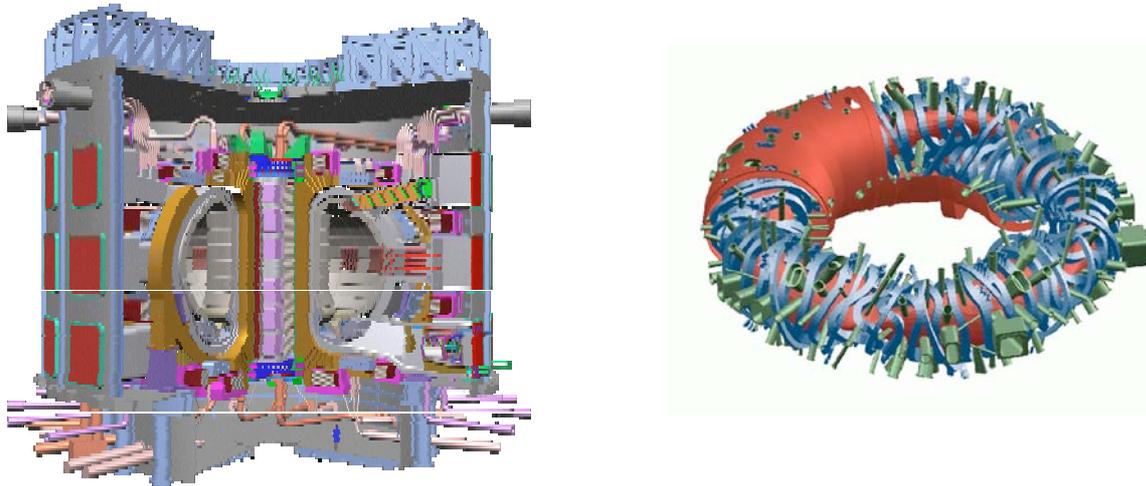


Figure 1.8 : fusion thermonucléaire contrôlée tokamak et stellarator.

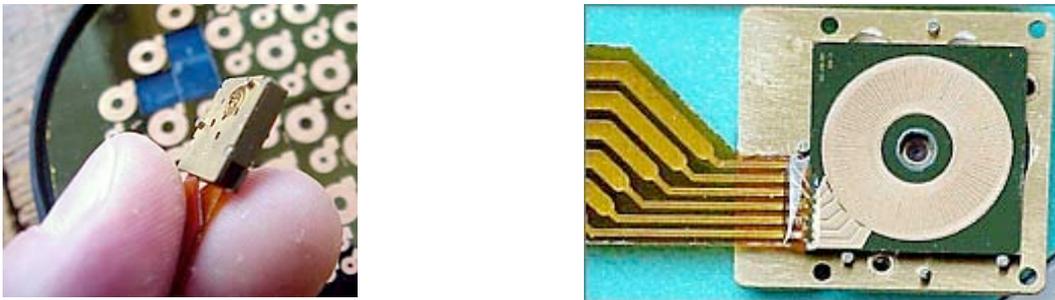


Figure 1.9 : micro-technologies - micro-machines (à droite : stator triphasé sur Si 1 cm²) (doc. LEG).

1.1.2. Facteurs d'évolution et de progrès

L'évolution du matériel électrique est liée à la progression des matériaux de base, notamment les matériaux magnétiques, à l'apparition de nouveaux matériaux (nanocristallins, supraconducteurs, ...). Les supraconducteurs pourraient modifier profondément les appareils actuels et offrir de nouvelles fonctionnalités. Les aimants permanents se développent, en particulier dans le domaine des moteurs électriques à hautes performances massiques. Judicieusement utilisés, les aimants permanents offrent des sources d'induction autonomes pour des magnétomètre par exemple. La figure 1.10 montre par exemple le dispositif qui détient le record actuel pour d'induction créée : 5 T.



Figure 1.10 : source d'induction intense : 5 T, record mondial (LEG - L.L.N.).

La conversion électronique de l'énergie a considérablement évolué récemment grâce à l'apparition de nouveaux composants de puissance : thyristors puis GTO (Gate Turn-Off) et enfin les transistors IGBT (Insulated Gate Bipolar-Transistor) (figure 1.11). Faciles à commander et avec peu d'énergie, les IGBT progressent en termes de puissances et

arrivent en force, étant produits en grande série à bas prix. Les moteurs (9 MW) de propulsion du navire "Mistral" sont alimentés par deux convertisseurs de 4,5 MW avec des IGBT 3300 V/1200 A. La compacité de ces convertisseurs est remarquable : 4,5 MW dans 0,65 m³. La mise en oeuvre du composant est un élément fondamental. La thermique jouent un rôle considérable et de nouvelles voies sont explorées comme le refroidissement direct avec la circulation de fluide caloporteur directement dans la puce de silicium ($T_j^{\max} = 125\text{ °C}$) pour mieux la refroidir (figure 1.12) et faire ainsi transiter davantage de puissance.

Enfin le Carbure de Silicium (SiC) est une voie d'avenir. Le SiC peut en effet résister à des fortes températures (600 °), est très rapide et supporte de très grandes densités de courant et de très fortes tensions. Les composants SiC peuvent remplacer très avantageusement les dispositifs Si en diminuant les pertes par commutation, améliorant les rendements, supprimant les radiateurs (associé à leur excellente tenue en température) et diminuant les volumes. Leur procédé reste en plus totalement compatible avec la filière silicium classique, soit un atout considérable. Mais le SiC ouvre également de nombreuses et nouvelles perspectives, difficilement accessibles avec le Si. Le champ de claquage élevé du SiC laisse entrevoir des applications jusqu'à 20 kV tant dans le domaine de la traction électrique que des dispositifs électroniques pour les réseaux électriques. Le SiC permet de repousser d'une décade la limite en fréquence du Si et son excellente tenue en température le rend particulièrement adaptée aux applications "chaudes".



Figure 1.11 : électronique de puissance, module IGBT 6,5 kV (www.eupec.com).

La commande des composants de puissance a beaucoup évolué aussi grâce aux microprocesseurs toujours plus puissants. Ceux-ci exécutent très rapidement des algorithmes de commande et de régulation de plus en plus sophistiqués qui permettent un contrôle en temps réel. Avec la commande se développe le diagnostic des systèmes via le traitement numérique de données. A partir de grandeurs comme la tension ou le courant, il est possible de détecter des défauts (court-circuit dans un bobinage, décentrement de la partie tournante, ...) et de déclencher alors une procédure particulière (arrêt, marche en régime dégradé, programmation d'une opération de maintenance, etc., ...). Ce point est très important compte tenu de l'aspect parfois stratégique des dispositifs électriques.



Figure 1.12 : micro-refroidisseur avec échange monophasique de composants de puissance (LEG).

Les progrès des ordinateurs a permis le développement important de la modélisation-simulation numérique (figure 1.13), autre élément clé de l'amélioration des matériels électriques. Les logiciels sont de plus en plus précis ; ils prennent de mieux en mieux en compte les phénomènes physiques y compris complexes. Ils permettent d'optimiser les appareils en liaison avec d'autres logiciels spécifiques. Ces outils de modélisation et de conception sont devenus des aides précieuses et indispensables pour le dimensionnement.

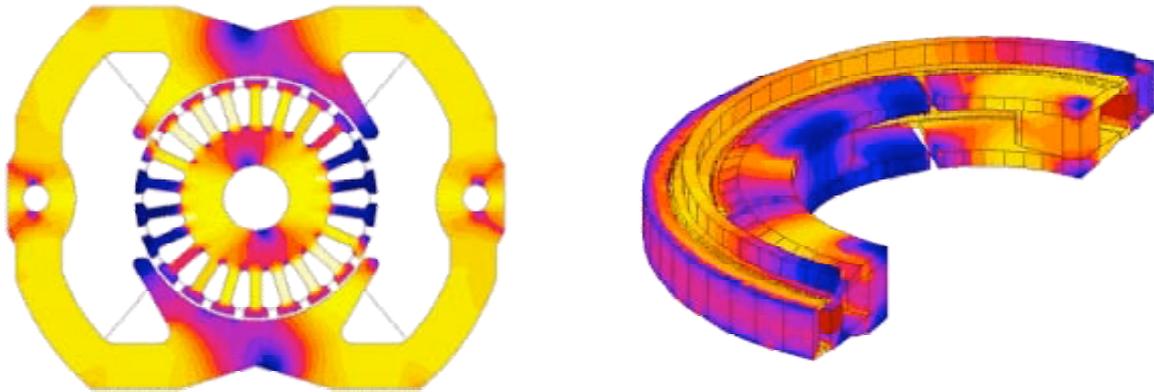


Figure 1.13 : répartitions de l'induction magnétique dans un moteur et dans une suspension magnétique. Logiciels d'éléments finis FLUX2D et FLUX3D (www.cedrat.com).

De nouvelles contraintes apparaissent et elles nécessitent de s'adapter rapidement. Il est cependant préférable de les anticiper pour rester dans le peloton de tête et gagner de nouveaux marchés par sa position de pionnier. La compatibilité électromagnétique est une contrainte qui se renforce rapidement. Les normes sont de plus en plus sévères. Il faut repenser les systèmes à la base pour concevoir des appareils intrinsèquement peu bruyants d'un point de vue électromagnétique plutôt que d'imaginer des filtres et blindage. Ceux-ci sont rapidement moins performants en termes économique ou de masse. Les contraintes écologiques font parties des nouvelles données à intégrer : réduction ou suppression de fluide caloporteur comme l'huile, le Fréon, ... La construction de nouvelles lignes électriques devient de plus en plus difficile et il faut imaginer de nouvelles technologies ou repousser les limites des lignes actuelles. La qualité de l'énergie électrique est une demande croissante et pressante. De nombreux clients exigent une énergie propre (taux d'harmonique faible) sans creux ni coupure de tension.

Les réseaux électriques vont devoir s'adapter rapidement à la dérégulation du marché de l'électricité même si ils ont toujours fait l'objet de progrès constants. Les FACTS (Flexible Alternating Current Transmission System) en sont un exemple. Ce sont des systèmes électroniques de puissance destinés à contrôler rapidement les réseaux d'énergie. La synchronisation par GPS des générateurs pour accroître les capacités de transferts des réseaux en est un autre (figure 1.14).

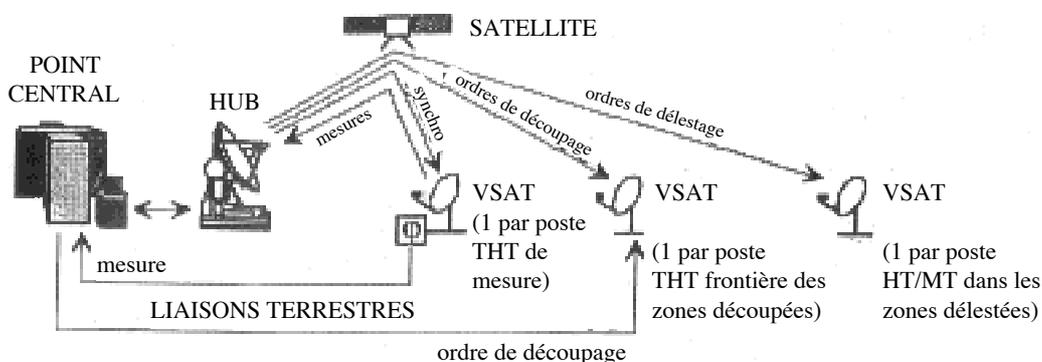


Figure 1.14 : synchronisation du réseau électrique via GPS (Global Satelit System).

Les réseaux doivent prendre en compte la part croissante de production décentralisée comme celle issue des éoliennes (figure 1.15). Les piles à combustibles sont une autre voie d'avenir et propre pour la production décentralisée. Les réseaux électriques verront des changements profonds dans l'avenir. Le choix historique des fréquences industrielles 50-60 Hz est par exemple remis en question (liaisons continues) grâce aux progrès de l'électronique de puissance.



Figure 1.15 : champ d'éoliennes (photo REE).

Développées pour les systèmes embarqués (conquête spatiale), les piles à combustible sont envisagées aussi en stationnaire. Leur principe de fonctionnement est très simple et très "écologique", c'est l'inverse de l'électrolyse de l'eau. La cellule élémentaire est constituée de deux électrodes séparées par un électrolyte. Alimentée par de l'oxygène et de l'hydrogène, la pile produit de l'électricité, de l'eau et de la chaleur (fig. 1.16). Le rendement de la conversion d'énergie chimique en énergie électrique peut être élevé, environ 50 % et cette valeur peut être augmentée en récupérant la chaleur produite lors de la réaction ; le rendement peut alors atteindre 70 %. Sans partie tournante, les piles à combustible sont très peu sonores. L'hydrogène peut être remplacé par du méthanol mais, avec des performances moindres et des complications technologiques. L'hydrogène reste délicat à stocker. Il peut être produit à côté de la pile à partir d'autres carburants comme du méthanol ou des hydrocarbures par reformage. L'électricité produite est d.c. mais un convertisseur, un onduleur, peut facilement et avec un excellent rendement la transformer en a.c..

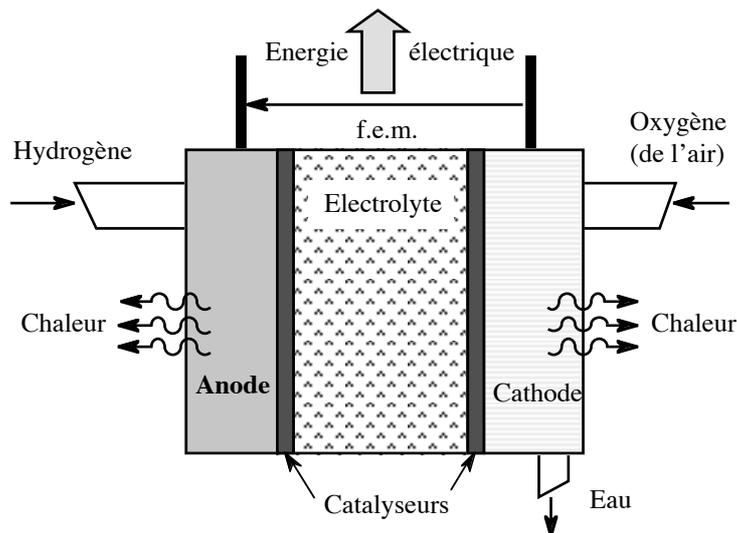


Figure 1.16 : schéma de principe de la pile à combustible.

Le champ des applications envisagées des piles à combustible est très vaste depuis l'alimentation de téléphones portables jusqu'à la production d'électricité dans les réseaux en passant par la propulsion électrique automobile. De nombreux prototypes fonctionnent, notamment des bus. Une pile à combustible alimente en électricité et en chaleur

(200 kW électrique et 220 kW thermique) 200 foyers à Chelles (Seine et Marne). Ces nombreux prototypes et installations fonctionnent mais leurs développements restent encore fortement limités par le coût élevé de cette technologie. La réduction des coûts par une production en série n'est pas suffisante pour atteindre des valeurs compétitives et de nombreux recherches et développements sont nécessaires pour faire sauter les verrous technologiques, comme les catalyseurs, les membranes, les durées de vie, ...

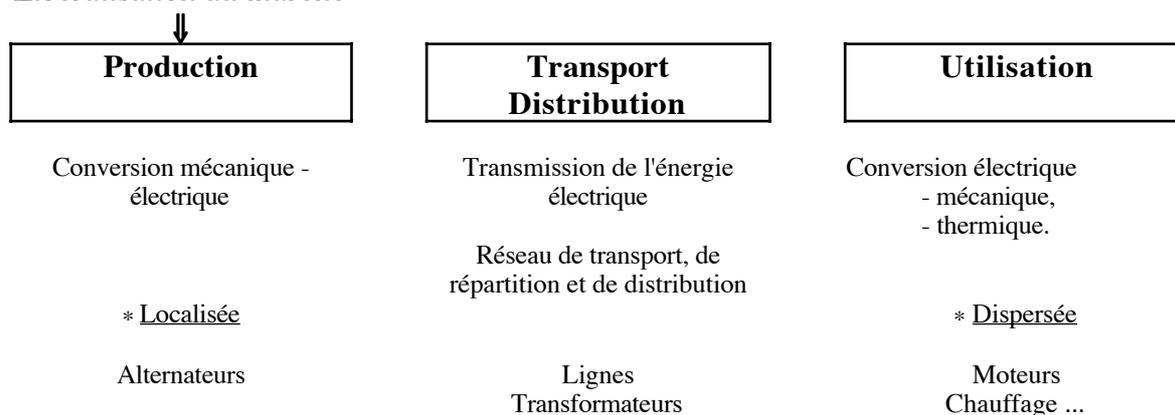
1.1.3. Libéralisation du marché de l'électricité

L'ouverture du marché de l'électricité à la concurrence (libéralisation) a été lancée en 1996 par une directive Européenne. La transposition française date du 10 Février 2000. Le 1er Juillet 2000 était créé RTE (Réseau de Transport d'Electricité), gestionnaire unique du réseau public de transport de l'électricité en France. RTE est une entité indépendante dans le groupe EDF avec des comptes séparés entre autres. Il assure l'équité d'accès des acteurs au marché français et les échanges avec les pays voisins. RTE garantit la continuité et la qualité du système électrique à haute et très haute tensions. La libéralisation fait que les consommateurs "éligibles" peuvent choisir librement leur fournisseur. Le seuil d'éligibilité français est passé à 7 GWh/an depuis le décret du 5 Février 2003. Avec ce seuil, 37 % du marché français est ouvert à la concurrence, soit environ 3200 sites industriels ou tertiaires. En juillet 2007 le marché sera totalement ouvert et tous les consommateurs pourront alors se fournir librement en électricité.

Avec la libéralisation, l'électricité devient une marchandise avec les lois du marché mais ses caractéristiques bien particulières comme son stockage extrêmement limité ou les lois de Kirchhoff compliquent son négoce. Il existe plusieurs bourses de l'électricité ou se négocient heure par heure et s'échangent les MWh. Ainsi en Août 2003 le prix du MWh a atteint le record de 2000 Euros sur la bourse d'Amsterdam alors que le prix moyen est de 25 à 30 Euros. Sur la bourse électrique parisienne (Powernext, créée le 27 Novembre 2001) le MWh se négociait en Août à 1000 Euros pour les heures de pointe. Le MWh est devenu un produit financier, des spéculateurs peuvent acheter de l'électricité pour une livraison physique dans trois mois anticipant une forte hausse ou un hiver rigoureux, quitte à le revendre avant sa livraison avec une plus value ... En France, RTE et son centre de répartition (dispatching) national pilote en temps réel le réseau, ajustant constamment production et consommation, indépendamment des bourses de l'électricité. Les ajustement proviennent principalement du producteur EDF mais d'autres acteurs peuvent faire des offres depuis Avril 2003.

1.2 Le système électrique et chiffres (issus de documents EDF)

Libéralisation du marché



Ensemble du système électrique

Ce schéma simple du système électrique avec production centralisée est en train de changer profondément avec la libéralisation du marché de l'énergie électrique. Celle-ci introduit une production décentralisée (production de petite et moyenne puissances) qui va restructurer complètement le système électrique.

Production totale en 1997 :

- puissance maximale installée d'EDF : 102,2 GW (1 GW = 10⁹ W= 156 TGV Sud-Est), (total 114,1 GW)
- production nette EDF : 453 500 GWh (total 481 000 GWh) <P>année = 51,77 GW.

		Puissance installée (GW)	Production annuelle (TWh)
Thermique	Nucléaire Classique	61,5 (60,2 %) (63)	376 (83 %) (395)
		17,7 (17,3 %) (17,2)	16,5 (3,6 %) (22)
Hydraulique	Fil de l'eau	6,2 (27 %)	28,7 (47%)
	Eclusées	3,9 (17 %)	11 (18 %)
	Lac	8,6 (37 %)	16 (26 %)
	Pompage	4,3 (19 %)	5,3 (9 %)
		23 (23,3) (22,5 %)	61 (65) (13,4 %)

Tableau 1.2 : équipement et production d'électricité en 1997 d'EDF (chiffres 2000).

Répartition par activités en 1997 :

- Consommation intérieure nette : 380,7 TWh	{	énergie	30,2 (7,9 %)
		industrie	128,2 (33,7 %)
		tertiaire et agriculture	73,4 (19,3 %)
		usage prof. et service public	31,8 (8,4 %)
		usage domestique	115,5 (30,3 %)
		divers	1,5 (0,4%)

- Consommation intérieure brute : 410,5 TWh (nette : 380,7 TWh) soit 7 % de pertes (29,8 TWh).

Extrêmes enregistrés en 1997 :

- Puissance maximale appelée : 68,9 GW le 13 Janvier 1997 à 19 heures.
- Puissance minimale appelée : 27,5 GW le 19 Mai 1997 à 6 heures 30.
- Journée la plus chargée : 1518 GWh le 10 Janvier 1997 (<P>journée = 63,25 GW).

Echanges avec l'étranger en 1997 :

Importations	:	4,2 TWh (Espagne, Belgique...)
Exportations	:	<u>69,5 TWh</u> (Royaume-Uni, Italie, Allemagne, Suisse...)
Solde exportateur	:	65,3 TWh (14 % production EDF)

Pays	Productions		Consommations nettes
	Totales	Nucléaires	
Etats Unis	3211	610 (19 %)	2874
Japon	855	249 (29 %)	797
Canada	516	89 (17 %)	431
Allemagne	488	145 (30 %)	467
France	451	350 (78 %)	356

Tableau 1.3 : comparaisons internationales (TWh, 1995) (total mondial annuel : 10 700 TWh).

1.3 L'énergie électrique

1.3.1. L'interconnexion

L'énergie électrique a connu un développement extrêmement important malgré un lourd handicap qui est son stockage difficile. Le stockage est un élément régulateur temporel qui absorbe les écarts entre production et consommation. Sans stockage, il est nécessaire d'ajuster à tout moment production et consommation. Si un écart intervient entre ces deux grandeurs, le système électrique risque de s'effondrer, entraînant l'absence d'énergie électrique pendant un certain temps.

Consommation :

Elle subit localement des variations importantes :

- saisonnières (climat, activité économique)
- hebdomadaires (fin de semaine)
- journalières (rythme, besoins privés et industriels)
- aléatoires (non négligeables)

Production :

Elle ne peut pas subir en général des variations très rapides (inertie thermique). Le temps de réponse des alternateurs, des turbines et de leurs sources (en particulier les réacteurs des centrales nucléaires) est assez long (secondes à plusieurs heures). Seules les centrales hydrauliques répondent en quelques minutes.

Moyens pour ajuster production - consommation :

- **stockage** (très réduit) *régulateur temporel*
- **interconnexion générale du réseau** *régulateur spatial*

L'interconnexion permet le lissage de la consommation et l'ajustage production - consommation grâce à la multiplicité des centres de production et de consommation, c'est un régulateur spatial. Le grand nombre de consommateurs répartis assure la compensation. L'interconnexion permet de s'affranchir pratiquement de systèmes de secours. Elle assure une grande qualité de la fourniture d'électricité (continuité d'alimentation).

L'interconnexion est apparue dès 1920 et l'Europe a été interconnectée en 1950. L'interconnexion assure en outre une gestion économique des moyens de production dont les coûts et les possibilités de modulation sont très variables (tableau 1.4). Les moyens de production sont mis en oeuvre par ordre croissant de coût et de leur possibilité de modulation pour leur gestion optimale. C'est l'empilement des moyens de production (figure 1.17).

Dans un système interconnecté, le réseau de transport est un élément fondamental. Il assure un transport de compensation (aléas de production (pannes) et de consommation, non-simultanéité des demandes (heures de pointe décalées (fuseaux horaires))). Les mouvements d'énergie sont considérables. L'énergie brute transportée a atteint 466,3 TWh en 1997 en France. Les pertes liées au transport valent seulement 9,8 TWh soit environ 2 %. La longueur des lignes de transport est de 46 550 km (20 860 en 400 kV ; 26 200 en 225 kV).

Pour réduire les variations de consommation, EDF a mis au point une arme redoutable : la tarification "heures creuses et pleines".

Sources énergétiques	Coût de production	Modulation
Hydraulique	Très faible, voire nul	Grande
Nucléaire	Faible	Faible
Turbine à gaz	Elevé	Grande

Tableau 1.4 : caractéristiques de différents moyens de production d'électricité.

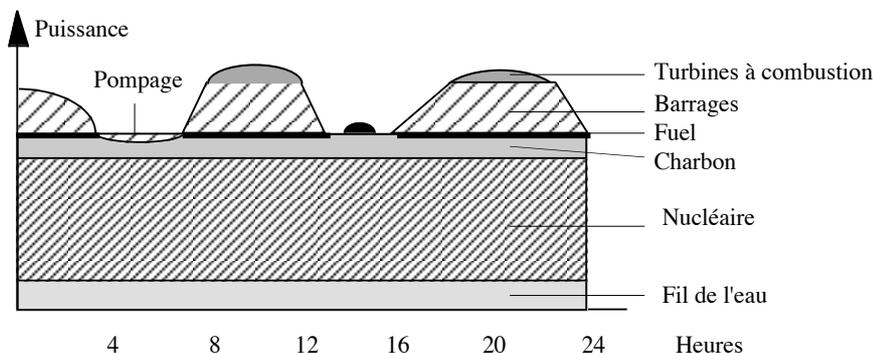


Figure 1.17 : courbe de charge typique (d'après un document EDF).

En conclusion, l'absence pratiquement de moyens de stockage de l'électricité a été compensée par l'interconnexion générale des réseaux électriques.

1.3.2. Le stockage de l'énergie électrique (tableau 1.6)

L'électricité est difficilement stockable. Elle nécessite, sauf pour les capacités et les bobines supraconductrices (S.M.E.S. (Superconducting Magnetic Energy Storage), figure 1.18), sa transformation sous une énergie intermédiaire qui elle se stocke (énergies chimique, cinétique, gravitaire (figure 1.19), thermique, ...). Une retransformation est nécessaire pour récupérer l'énergie électrique.

Un accumulateur est un générateur électrochimique qui accumule l'énergie électrique et la restitue. Une pile transforme une énergie chimique en énergie électrique lors d'une réaction. Enfin une batterie est un ensemble de piles ou d'accumulateurs mis en série ou en parallèle.

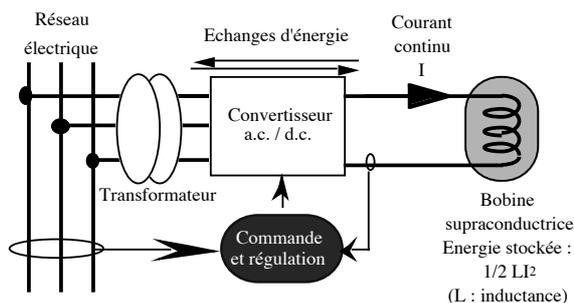


Figure 1.18 : stockage d'énergie sous forme magnétique : S.M.E.S. (Superconducting Magnetic Energy Storage).

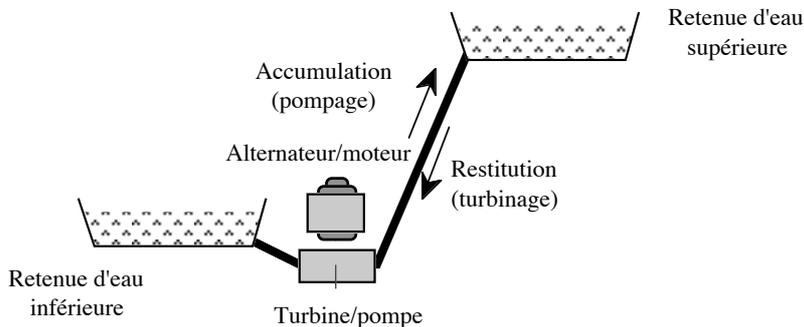


Figure 1.19 : station de transfert d'énergie par pompage.

Systèmes de stockage	Rendement (%)	Energie vol. (kWh/m ³)	Puissance vol. (MW/m ³)	Cycle	Réalisations / remarques
Barrage pompe (fig. 1.2)	65-73	1 (500 m)	/	Q-H-S	Plusieurs réalisations --> 1700 MW
Batteries	70 - 90	5 - 150	0,1 - 0,5	Q-H	10 MW / 40 MWh (USA)
Capacités		0,1 à 10	10 000		Temps assez courts (ms - s)
Volant d'inertie	70 - 90	10 - 100	1 - 10	qq. min.	Adapté aux petites puissances
Stockage thermique	65 - 85	20-150	/		Par différence de température ou par changement d'état (liquide solide)
Hydrogène	20-30	< 100	/	Q-H-S	
S.M.E.S. (fig. 1.3)	93-97	0,1 - 5 (bobine)	60 000	100 ms-H	
Air comprimé	70	2-5	/	Q-H	290 MW (Allemagne)

Q = quotidien, H = hebdomadaire, S = saisonnier (1 kWh = 3,6 MJ)

Tableau 1.6 : quelques systèmes de stockage d'énergie électrique.

A titre de comparaison :

{	1 kg charbon	: 8 kWh
	1 kg bois	: 4 kWh
	1 kg pétrole	: 10-12 kWh
	1 kg gaz naturel	: 10-14 kWh
	1 kg accu Pb	: 0,03 kWh
	1 kg U enrichi	: 600 000 kWh

1.3.3. Avantages de l'énergie électrique, chaîne de transmission électrique

L'électricité est une forme d'énergie très souple d'utilisation. Elle se transforme et se transporte facilement avec des rendements excellents. Ceux-ci sont remarquables sauf pour les très faibles puissances (W). Ils sont de l'ordre de 70 % pour les petites puissances (kW) et ils atteignent 99 % pour les dispositifs de très fortes puissances (100 MW) (99,6 % pour les très gros transformateurs).

Les moteurs électriques sont beaucoup plus souples d'emploi que leurs homologues thermiques. En particulier un moteur électrique peut développer un couple à vitesse nulle. Même en l'absence d'électricité disponible directement (trains sans caténaire, bateau, ...) l'entraînement est souvent électrique dû à sa souplesse. L'ensemble est appelé chaîne de transmission électrique (figure 1.20). La turbine peut être alimentée par un réacteur nucléaire par exemple (sous marins ou porte avions nucléaires).

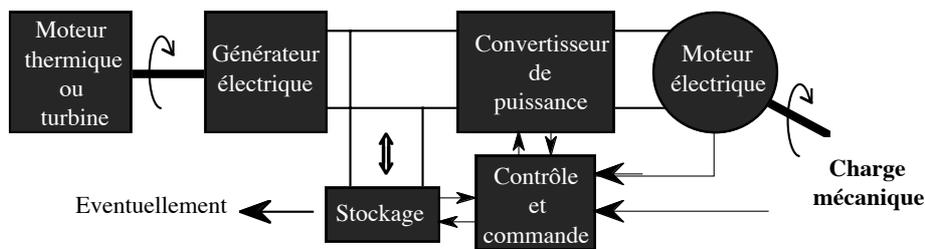


Figure 1.20 : chaîne de transmission électrique.

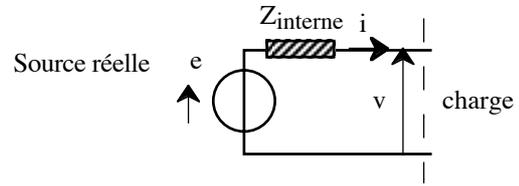
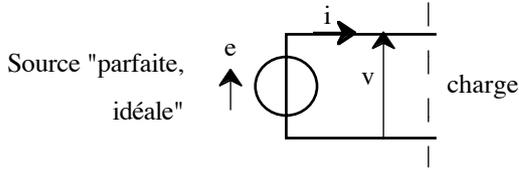
Certains véhicules électriques reprennent cette chaîne de traction appelée "hybride série". La turbine fonctionne selon un mode continu. Tournant à très haute vitesse, son rendement est élevé et sa puissance massique forte mais le bruit est encore important.

2. - SYSTEMES MONOPHASES

2.1 Sources d'énergie et éléments passifs

2.1.1 Source de tension (générateur de tension)

Représentation :



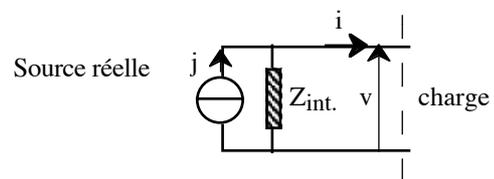
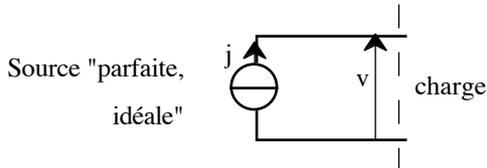
La source de tension impose la tension, le courant est défini par la charge.



Ne jamais court-circuiter une source de tension, sauf si l'impédance interne est suffisante.

2.1.2 Source de courant (générateur de courant)

Représentation :



La source de courant impose le courant, la tension est définie par la charge.



Ne jamais laisser une source de courant en circuit ouvert, toujours la court-circuiter au repos.

	<i>Tension</i>	<i>Courant</i>	<i>Impédance interne</i>	<i>Etat non utilisé</i>
Source de tension	Imposée par la source	Fixé par la charge	Nulle / faible	Circuit ouvert
Source de courant	Fixée par la charge	Imposé par la source	Infinie / élevée	Court circuitée

2.1.3 Conventions récepteur et générateur

	CONVENTION GENERATEUR	CONVENTION RECEPTEUR
	<p>v et i dans le même sens</p>	<p>v et i en sens inverse</p>
Système absorbe de l'énergie électrique	$P < 0$	$P > 0$
Système fournit de l'énergie électrique	$P > 0$	$P < 0$
Loi de Lenz	$e = - \frac{d\Phi}{dt}$	$e = \frac{d\Phi}{dt}$

2.1.4. Eléments passifs R, L, C

Eléments	Unité	Représentation	Relation tension - courant (Conv. récepteur)	Remarques
R (Résistance)	Ω (Ohm)		$v = R i$	
L (Inductance)	H (Henry)		$v = L \frac{di}{dt}$	Le courant ne peut pas subir de discontinuité à travers une inductance (arc électrique).
C (Capacité)	F (Farad)		$i = C \frac{dv}{dt}$	La tension ne peut pas subir de discontinuité à travers une capacité. Un condensateur est un élément dangereux, en général connecter résistances à ses bornes pour sa décharge.

L'inductance et la capacité sont des modèles mathématiques. Les éléments réels correspondant sont le condensateur et la bobine d'inductance (ou bobine). Pour tenir compte des imperfections de la réalité par rapport au modèle mathématique, on rajoute souvent une résistance (en parallèle avec la capacité, en série avec l'inductance).

2.2 Lois générales des réseaux électriques linéaires (lois de Kirchhoff)

2.2.1 Loi de mailles

La somme des tensions algébriques le long d'un circuit fermé est nulle.

2.2.2 Loi des noeuds

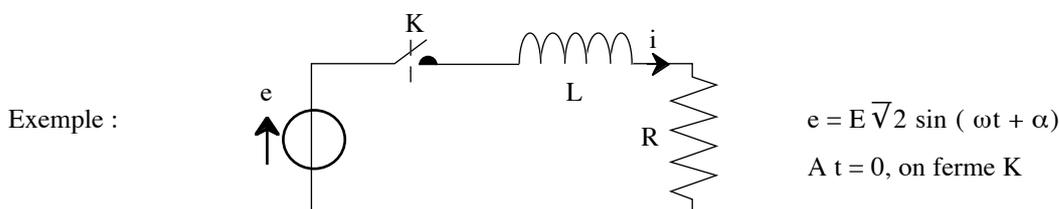
La somme des courants algébriques arrivant à un noeud est nulle.

2.3 Principe de superposition

Les grandeurs *d'un réseau linéaire* comportant plusieurs sources sont la somme des grandeurs résultantes de chaque source prise séparément.

- ◆ sources de tension sont remplacées par des courts-circuits ($e = 0$).
- ◆ sources de courant sont remplacées par des circuits ouverts ($i = 0$).

2.4 Régimes permanent et transitoire



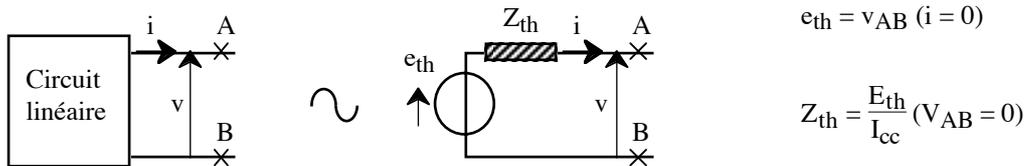
$$e = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) = R i + L \frac{di}{dt} \quad \text{On obtient compte tenu des conditions initiales :}$$

$$i(t) = \underbrace{\frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi)}_{\text{Régime permanent}} - \underbrace{\frac{E\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \sin(\alpha - \varphi) e^{-t/\tau}}_{\text{Régime transitoire}} \quad \begin{aligned} \text{tg } \varphi &= \frac{L\omega}{R} \\ \tau &= \frac{L}{R} \end{aligned}$$

2.5 Théorèmes généraux

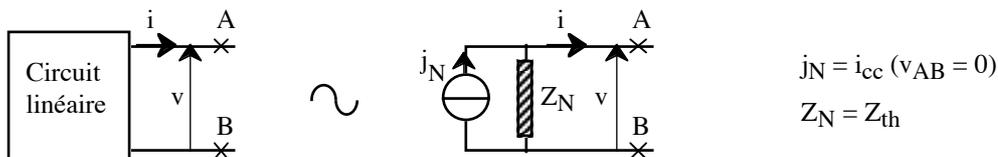
2.5.1 Théorème de Thevenin

Tout circuit linéaire vu entre deux bornes est équivalent à une source de tension en série avec une impédance interne.



Z_{th} : impédance équivalente du circuit en le rendant passif (sources de tension court-circuitées, sources de courant en circuit ouvert).

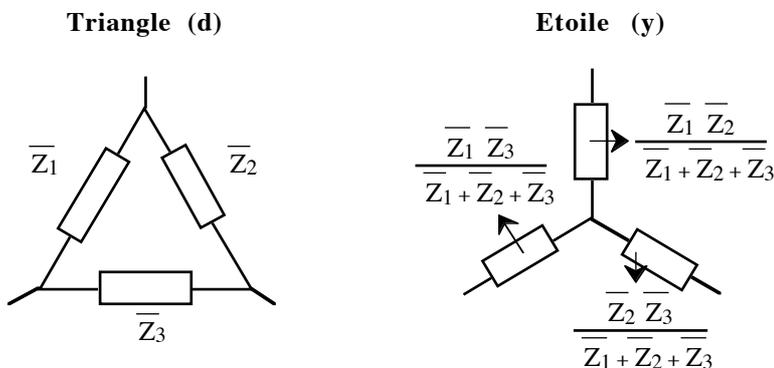
2.5.2 Théorème de Norton



C'est le théorème dual du théorème de Thevenin. Il est moins utilisé en électrotechnique que le précédent, on utilise de préférence des sources de tension.

Tout circuit linéaire vu entre ses deux bornes est équivalent à une source de courant en parallèle à une impédance interne.

2.5.3 Transformation étoile-triangle (Kennelly)



Cas particulier : $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = \bar{Z}_d \Rightarrow \bar{Z}_y = \frac{\bar{Z}_d}{3}$

Systèmes étoile et triangle équivalents

2.6 Définitions

2.6.1 Grandeur alternative : moyenne nulle.

2.6.2 Grandeur continue : moyenne non nulle.

2.6.3 Grandeur efficace

Si g est une grandeur périodique (période T), on définit sa valeur efficace G : $G^2 = \frac{1}{T} \int_0^T g^2 dt$

C'est une grandeur très importante notamment pour le courant car elle caractérise les pertes Joule qui dimensionnent en général le système électrotechnique : Pertes Joule = $R I^2$ (I : valeur **efficace** du courant).

2.6.4 Grandeurs assignées (nominales)

Les valeurs assignées caractérisent le fonctionnement nominal. Celui-ci correspond au régime pour lequel le matériel a été prévu et dimensionné par le constructeur dans le cadre du cahier des charges. En général, les grandeurs assignées sont indiquées sur la plaque signalétique apposée sur le matériel. Ce sont les valeurs à ne pas dépasser en régime permanent. Grandeurs de base pour la construction de l'appareil, les grandeurs assignées correspondent également aux garanties du constructeur et aux essais. La dénomination assignée remplace l'ancienne (nominale) qui est encore souvent utilisée.

2.7 Grandeurs sinusoïdales (régime établi)

$$g = G \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

Valeur efficace	Pulsation (rd/s)	Phase (rd)
-----------------	------------------	------------

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad f: \text{fréquence (Hz)} ; T: \text{période (s)} \quad \blacklozenge \quad 50 \text{ Hz} : \omega = 314 \text{ rd/s} ; T = 20 \text{ ms.}$$

2.7.1 Notation complexe

$$g = G \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} \operatorname{Im} \left(G e^{j(\omega t + \varphi)} \right) \quad \bar{G} = G e^{j\varphi} \quad \left\{ \begin{array}{l} G : \text{valeur efficace} \\ \varphi : \text{phase} \end{array} \right.$$

La notation complexe provient de la représentation de Fresnel qui fait abstraction de la rotation.

Cette représentation n'est valable que si toutes les grandeurs ont la même fréquence.

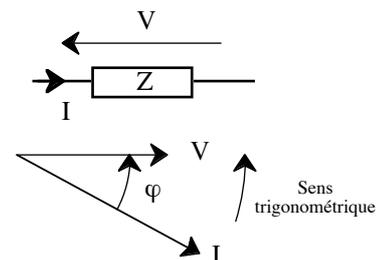


$$\blacklozenge \text{ Dérivation : } \frac{d\bar{G}}{dt} = j\omega \bar{G} = \omega \bar{G} e^{j\pi/2} \quad (\text{Dériver : ajouter } \pi/2 \text{ à la phase})$$

$$\blacklozenge \text{ Intégration : } \int \bar{G} dt = \frac{1}{j\omega} \bar{G} = \frac{\bar{G}}{\omega} e^{-j\pi/2} \quad (\text{Intégrer : retirer } \pi/2 \text{ à la phase})$$

2.7.2 Impédance complexe

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V}{I} e^{(\varphi_v - \varphi_i)} = Z e^{j\varphi} \quad \left| \varphi = \varphi_v - \varphi_i \right.$$



$$\bar{Z} = R + jX = Z e^{j\varphi} \quad \left\{ \begin{array}{l} R : \text{résistance } (\Omega) \\ X : \text{réactance } (\Omega) \end{array} \right. \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2} ; \cos \varphi = \frac{R}{Z} ; \sin \varphi = \frac{X}{Z} ; \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R}$$

◆ Lois d'association

$$\text{- Impédances en série : } \bar{Z}_{\text{totale}} = \sum \bar{Z}$$

$$\text{- Impédances en parallèle : } \frac{1}{\bar{Z}_{\text{totale}}} = \sum \frac{1}{\bar{Z}} \quad \left(\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \text{ en parallèle : } \bar{Z}_{\text{totale}} = \frac{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \right)$$

2.8 Puissances (convention récepteur)

2.8.1 Cas général

v : valeur instantanée de la tension (valeur efficace V) ; i : valeur instantanée du courant (valeur efficace I).

◆ Puissance instantanée p : $p = v i$ l'unité est le Watt (W).

La puissance instantanée n'est pas la grandeur "utile" en régime permanent. La grandeur "utile" en régime permanent périodique (période T) est la puissance moyenne appelée puissance active.

◆ Puissance active P : $P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt$ l'unité est le Watt (W).

C'est la puissance active qui est transformable, en régime permanent, en travail ou en chaleur :

- Transfert sous forme de chaleur : $P \approx R I^2$
- Transfert sous forme de travail :
 - $P \approx F \vartheta$ (F : force ; ϑ : vitesse linéaire)
 - $P \approx \Gamma \Omega$ (Γ : couple ; Ω : vitesse angulaire)

◆ Puissance assignée S_a : $S_a = V_n I_n$: produit des valeurs efficaces assignées.

L'unité est le Volt Ampère (VA). Puissance de "dimensionnement", elle représente l'investissement du dispositif.

◆ Facteur de puissance f_p : $f_p = \frac{P}{V I}$

Le facteur de puissance est sans unité. Il est en général intéressant qu'il soit proche de l'unité (cf. cas sinusoïdal).

2.8.2 Cas sinusoïdal

$$\begin{cases} i = I \sqrt{2} \sin \omega t \\ v = V \sqrt{2} \sin (\omega t + \varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} p = v i = V I \cos \varphi - V I \cos (2\omega t + \varphi) = P + p_f \\ \boxed{\text{Puissance fluctuante (} p_f \text{) : } p_f = p - P \text{ (W)}} \end{array}$$

La puissance fluctuante est la différence entre la puissance active (transferts de travail ou de chaleur) et la puissance instantanée, c'est en général un inconvénient car elle est l'origine de couples pulsatoires par exemple.

Dans le cas sinusoïdal on définit une grandeur appelée **puissance réactive** Q par :

$$\boxed{\text{Puissance réactive (} Q \text{) : } Q = V I \sin \varphi \quad \text{unité : le var (volt ampère réactif)}}$$

La puissance fluctuante s'écrit également : $p_f = -P \cos 2\omega t + Q \sin 2\omega t$

Puissance instantanée : $p = P - V I \cos \varphi \cos 2\omega t + V I \sin \varphi \sin 2\omega t$

$$\boxed{p = P \left[1 - \cos 2\omega t \right] + Q \sin 2\omega t}$$

Cas d'un circuit série RLC :
$$p = 2 R I^2 \sin^2 \omega t + \left(L \omega I^2 - \frac{1}{c \omega} I^2 \right) \sin 2 \omega t$$

$$p = \underbrace{R i^2}_{\text{Puissance dissipée}} + \underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} c v_c^2 \right)}_{\substack{\text{W}_{\text{magn.}} + \text{W}_{\text{électro.}} \\ \text{Variation d'énergie stockée}}}$$

Q ne représente pas de l'énergie transformable mais de l'énergie échangée de manière réversible (sans pertes) entre la source et les récepteurs. A un instant donné, cette énergie est stockée sous forme magnétique dans les inductances ou sous forme électrostatique dans les capacités. Même si cette énergie est non dissipatrice, la source doit permettre cet échange c'est à dire fournir puis absorber cette énergie aux moments opportuns. La puissance réactive correspond à l'amplitude des échanges réversibles d'énergie avec la source ou les autres récepteurs.

Exemples : - charge inductive $Q = L \omega I^2 = \frac{1}{2} L I_{\text{max}}^2 \omega$
 - charge capacitive $Q = - c \omega V^2 = - \frac{1}{2} c V_{\text{max}}^2 \omega$

La capacité "fournit" de la puissance réactive (signe -) alors que l'inductance en "consomme".

Par ailleurs, la puissance réactive occasionne : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{des pertes Joule en ligne,} \\ - \text{des chutes de tension en ligne.} \end{array} \right.$

Même si la puissance réactive ne représente pas de l'énergie transformable, elle est très souvent facturée par le distributeur. EDF la facture lorsque $\text{tg } \varphi$ est supérieure à 0,4 ($\text{cos } \varphi < 0,93$). Il est donc important de réduire la circulation de puissance réactive sur les réseaux. Pour "relever le facteur de puissance" il est nécessaire d'installer des batteries de condensateurs en parallèle des appareils qui consomment de la puissance réactive.

Seule la puissance active P correspond à des transferts d'énergie sous forme de travail ou sous forme de chaleur.

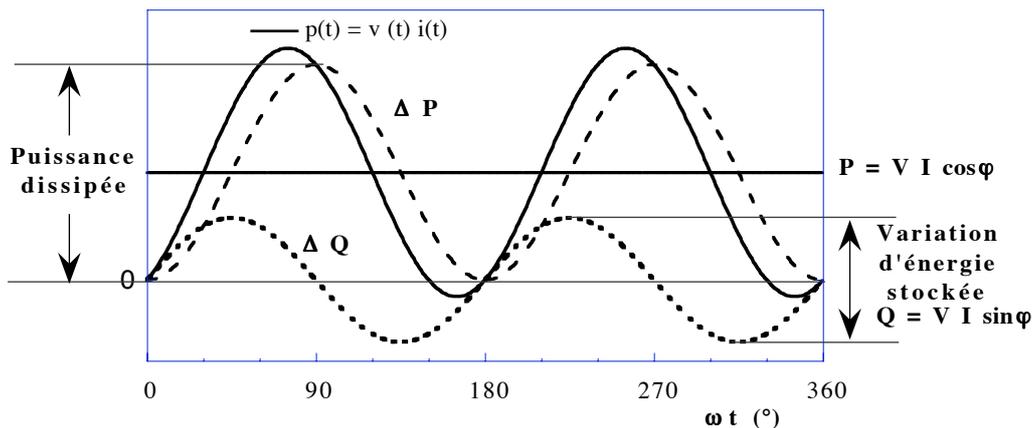


Figure : puissance instantanée, ($p = \Delta P + \Delta Q$) puissance dissipée et variation d'énergie.

2.8.3 Récapitulatif

v : tension de valeur efficace V , i : courant de valeur efficace I .

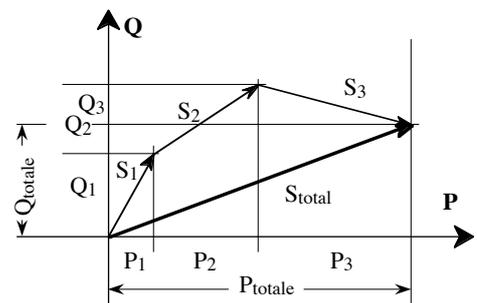
	Unité	Cas général	Cas <u>sinusoïdal</u> φ déphasage entre v et i
Puissance instantanée p	Watt (W)	$p = v i$	$p = 2 VI \cos\omega t \cos(\omega t - \varphi)$
Puissance active P - puissance moyenne -	Watt (W)	$P = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt$	$P = V I \cos \varphi$
Puissance assignée S_a - puissance de dimensionnement	Volt Ampère (VA)	$S_a = V_n I_n$ (valeurs efficaces assignées)	$S_a = V_n I_n$
Facteur de puissance f_p	sans dim. (< 1)	$f_p = \frac{P}{V I}$	$f_p = \cos \varphi$
Puissance réactive Q	volt ampère réactif (var)	Non définie	$Q = V I \sin \varphi$
Puissance complexe \bar{S}	Volt Ampère (VA)	Non définie	$\bar{S} = \bar{V} \bar{I}^* = P + j Q$
Puissance apparente $S = \bar{S}$	Volt Ampère (VA)	Non définie	$S = V I = \sqrt{P^2 + Q^2}$

2.8.4 Théorème de Boucherot

La puissance active se conserve dans un réseau. Boucherot a démontré que la puissance réactive se conserve aussi dans un réseau alimenté à fréquence constante. Ce théorème est souvent utilisé pour une alimentation en tension.

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{source}} &= \sum P_{\text{récepteur}} \\ Q_{\text{source}} &= \sum Q_{\text{récepteur}} \end{aligned} \right\} \text{ Les puissances actives et réactives} \\ \text{s'ajoutent } \underline{\text{algébriquement}}$$

$$\bar{S}_{\text{source}} = \sum \bar{S}_{\text{récepteur}} \quad \text{Les puissances complexes} \\ \text{s'ajoutent } \underline{\text{vectoriellement.}}$$



3. - SYSTEMES TRIPHASES

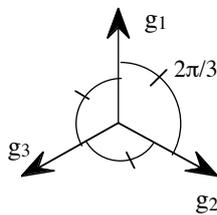
3.1 Présentation, définitions

Système triphasé : ensemble de trois grandeurs alternatives de même fréquence et de nature identique (courants, tensions, f.e.m., ...).

Cas particulier : système triphasé sinusoïdal.

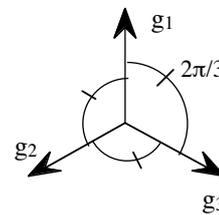
Système triphasé sinusoïdal équilibré : amplitude identique et déphasage régulier ($2\pi/3$).

$$\begin{cases} g_1 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \\ g_2 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ g_3 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + 2\frac{\pi}{3}) \end{cases}$$



DIRECT
(Sens horaire)

$$\begin{cases} g_1 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \\ g_2 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \\ g_3 = G \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi - 2\frac{\pi}{3}) \end{cases}$$



INVERSE
(Sens trigonométrique)

Propriété importante :

$g_1 + g_2 + g_3 = 0$

3.2 Notation complexe, opérateur rotation

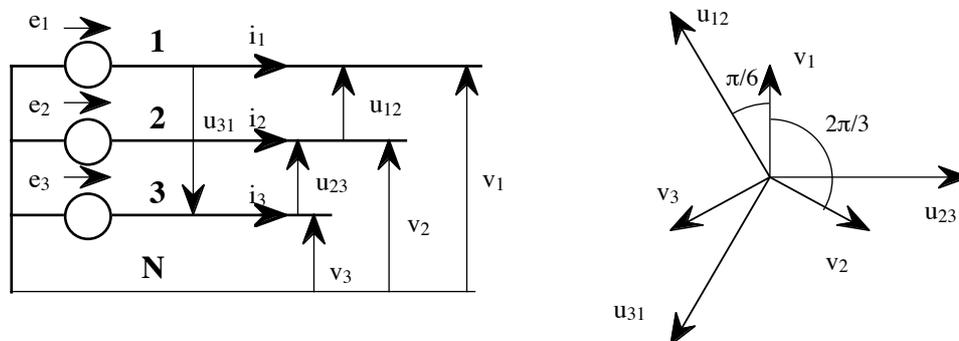
Opérateur rotation : $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($a^3 = 1 ; 1 + a + a^2 = 0$)

Système équilibré direct : $\bar{G}_1 ; a^{-1} \bar{G}_1 ; a^{-2} \bar{G}_1$ ($\bar{G}_1 ; a^2 \bar{G}_1 ; a \bar{G}_1$)

Système équilibré inverse : $\bar{G}_1 ; a \bar{G}_1 ; a^2 \bar{G}_1$

3.3 Couplages

3.3.1 Couplage étoile (Y, Y_n , y, y_n) : mise en commun d'une borne des phases



V : tension simple ou phase-neutre ; U : tension composée ou entre phases $U = \sqrt{3} V$

Figure 3.1 : système triphasé équilibré direct couplé en étoile.

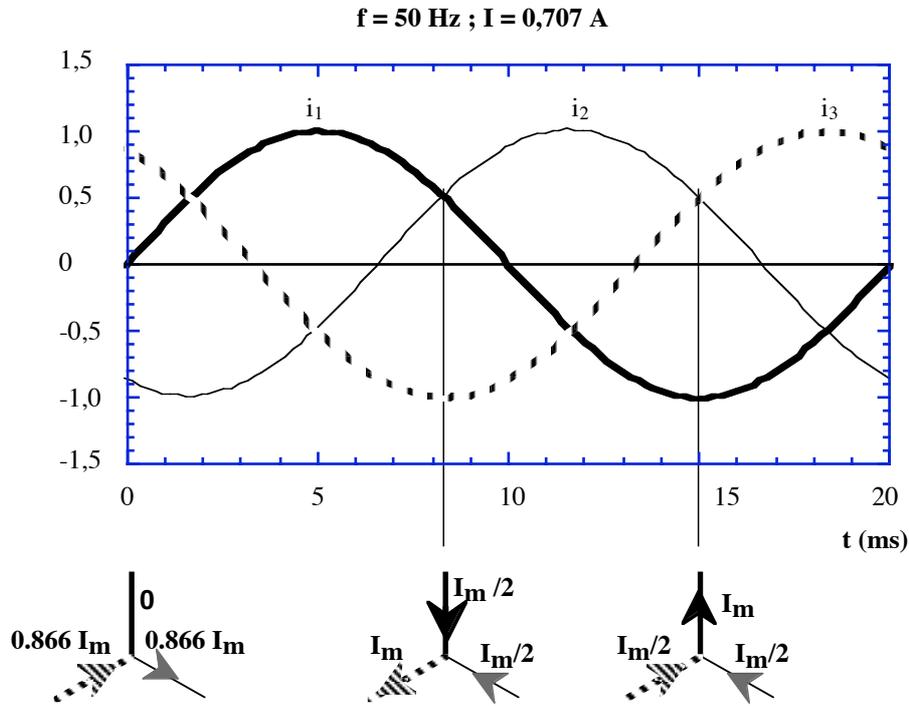


Figure 3.2 : répartition des courants au cours du temps dans les trois phases (système équilibré).

3.3.2 Couplage triangle (D, d) : mise en série des trois phases

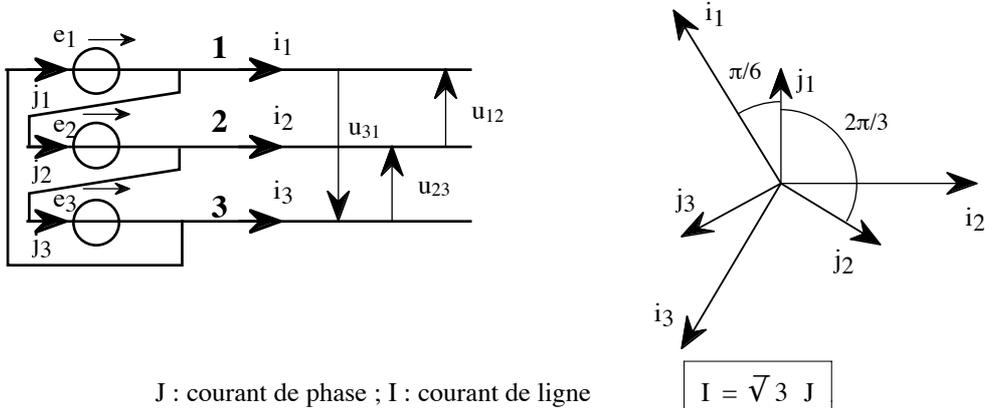


Figure 3.3 : système triphasé équilibré direct couplé en triangle.

A vide (courants de ligne nuls) aucun courant ne circule dans le triangle si les trois f.e.m. sont triphasées équilibrées.

◆ *Remarque* : réalisation d'un point neutre artificiel.

(trois impédances identiques (fortes) couplées en étoile)



Impédances des appareils de mesure.

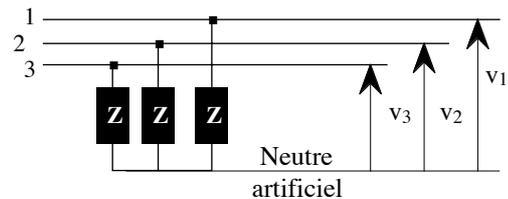


Figure 3.4 : réalisation d'un neutre artificiel.

3.4 Schéma TT : neutre à la terre, danger de l'électricité

Le régime de neutre d'une installation doit être choisi pour assurer la sécurité du personnel et de l'installation mais aussi en fonction de la continuité d'exploitation nécessaire (dans une salle d'opération il est préférable que l'alimentation ne soit pas coupée immédiatement même en cas de défaut).

Le passage d'un courant dans le corps humain devient rapidement mortel. Les actions du courant sur le corps humain sont l'électrisation (manifestations physiopathologiques dues aux contacts électriques), l'électrocution (accident entraînant la mort) et les brûlures internes ou externes.

La grandeur importante pour le danger électrique est en effet le courant et non la tension mais celle-ci détermine souvent la valeur du courant (loi d'Ohm). La résistance du corps humain est très variable et de nombreux paramètres propres à la victime et à son environnement l'influencent. La résistance interne du corps humain est de l'ordre de 300 à 800 Ω mais il faut rajouter les résistances de contact notamment celles de la peau aux points d'entrée et de sortie. La surface, la pression, la durée et la tension de contact, l'épaisseur de la peau, la sudation sont des facteurs importants tout comme la saturation hygrométrique de l'air et l'humidité du sol et des parois. La résistance de la peau au point de contact varie entre 1 000 et 40 000 Ω .

Dès que le courant dépasse 10 mA ("seuil de non lâcher"), les muscles de la main et du bras se crispent et se tétanisent (impossibilité de lâcher prise) au bout d'un certain temps. Au-delà de 25 à 30 mA la tétanisation peut s'étendre à la cage thoracique, entraînant des difficultés pour respirer et asphyxie. Pour des courants supérieurs à 40 mA d'autres phénomènes se rajoutent. Le cœur est un muscle non tétanisable mais qui a une activité électrique rythmique auto programmée. Le courant extérieur peut provoquer un dérèglement total de cette activité conduisant à un fonctionnement désordonné et anarchique. C'est la fibrillation ventriculaire pouvant être déclenchée par un courant de 50 mA et souvent mortelle. Une protection est donc indispensable. Le seuil des disjoncteurs différentiels est désormais de 30 mA (installations neuves).

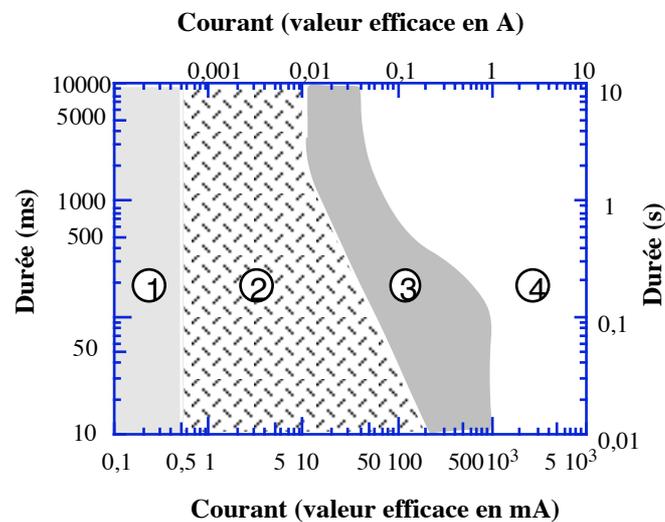


Figure 3.5 : effets du courant électrique en fonction de sa valeur efficace et de sa durée

Zone 1 : aucune réaction en général Zone 2 : effets physiopathologiques sans danger

Zone 3 : effets physiopathologiques non mortels, réversibles en général, Zone 4 : fibrillation ventriculaire probable

Le schéma le plus usuel est le schéma TT (figure 3.6) : neutre à la terre. Il est imposé dans les installations alimentées directement par un réseau de distribution publique à basse tension. Le dispositif différentiel en tête de l'installation coupe l'alimentation dès que la somme des courants instantanés est supérieure à une valeur seuil i_0 (30 mA dans les installations neuves). L'impédance de mise à la terre (Z_T) doit être la plus faible possible car elle détermine la tension maximale de défaut ($Z_T i_0$). Toutes les masses d'un même dispositif différentiel doivent être interconnectées et reliées à la même prise de terre. Tout défaut d'isolement provoque une coupure.

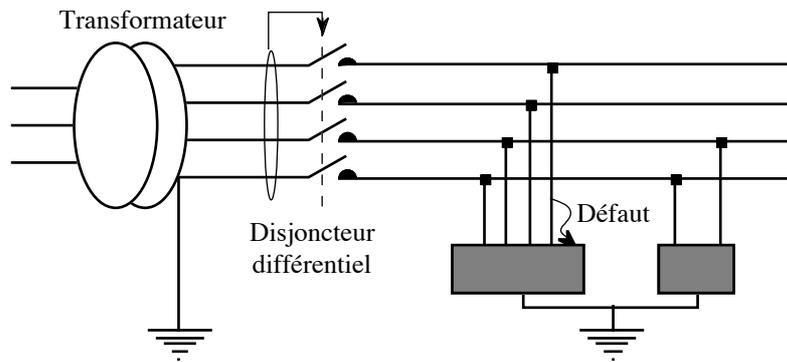


Figure 3.6 : schéma de liaison à la terre TT.

3.5 Puissances

3.5.1 Puissances en triphasé équilibré

Considérons un système triphasé équilibré en courant et en tension :

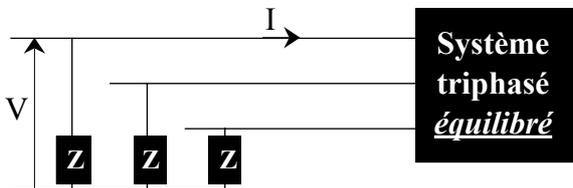
$$\begin{cases} v_1 = V \sqrt{2} \cos(\omega t) \\ v_2 = V \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ v_3 = V \sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad \begin{cases} i_1 = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \\ i_2 = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ i_3 = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$

Puissance instantanée : $p = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 = 3 V I \cos \varphi$

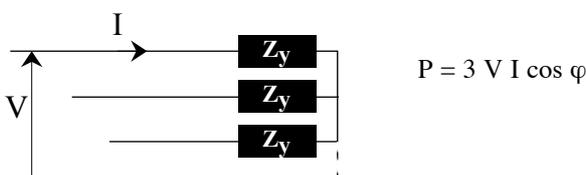
$p = P = 3 V I \cos \varphi$ Puissance instantanée = puissance active ; Puissance fluctuante = 0

Puissances en triphasé équilibré :

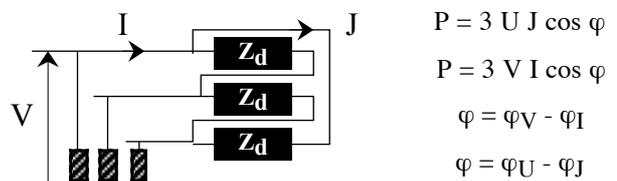
- puissance active : $P = 3 V I \cos \varphi$ V : tension simple (valeur efficace)
- puissance réactive : $Q = 3 V I \sin \varphi$ I : courant de ligne (valeur efficace)
- puissance complexe : $\bar{S} = 3 \bar{V} \bar{I}^* = P + j Q$ φ : déphasage tension simple-courant de ligne
- puissance apparente : $S = 3 V I$
- puissance assignée : $S_a = 3 V_n I_n$ Indice n : Valeurs efficaces **nominales**
- facteur de puissance : $f_p = \cos \varphi$



$P = 3 V I \cos \varphi$
 V : tension phase - neutre
 I : courant de ligne
 φ : déphasage V - I ($\varphi = \varphi_V - \varphi_I$)



$P = 3 V I \cos \varphi$



$P = 3 U J \cos \varphi$
 $P = 3 V I \cos \varphi$
 $\varphi = \varphi_V - \varphi_I$
 $\varphi = \varphi_U - \varphi_J$

3.5.2 Mesure des puissances active et réactive en triphasé équilibré



Figure 3.7 : méthode des deux wattmètres.

Méthode des deux wattmètres (système équilibré direct) :

$$P = W_1 + W_2 \quad , \quad Q = \sqrt{3} (W_1 - W_2)$$

3.6 Etude des circuits triphasés équilibrés

Hypothèse : source de tension idéale, impédance interne nulle, pas de chute de tension en charge.

3.6.1 Aucun couplage entre les phases

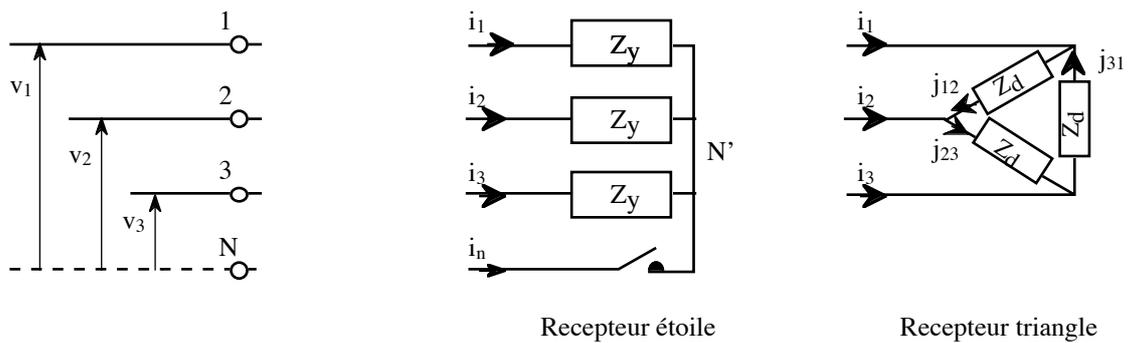


Figure 3.8 : récepteurs triphasés équilibrés couplés en étoile ou en triangle.

3.6.2 Couplage symétrique entre les phases, notion d'impédance cyclique (exemple)

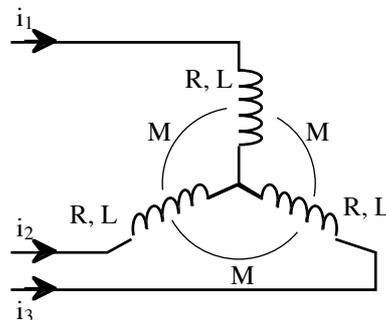


Figure 3.9 : exemple de récepteurs triphasés équilibrés avec couplage symétrique entre les phases.

3.6.3 Conclusion

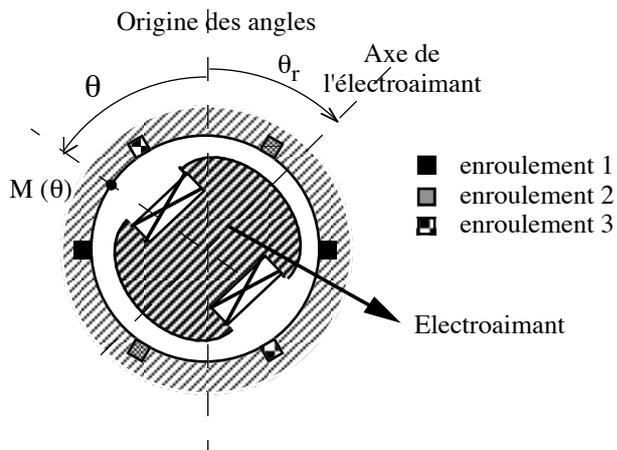
Tout système triphasé équilibré peut se ramener à un système monophasé. En général on prend le système étoile équivalent avec le courant de ligne, la tension simple (ou phase-neutre) et l'impédance étoile équivalente éventuellement cyclique pour tenir compte des couplages entre phases.

$$\begin{array}{c} \star \end{array} \quad P = \boxed{3} R_y I^2 ; Q = \boxed{3} X_y I^2 \quad (R_y \text{ et } X_y \text{ sont les éléments } \underline{\text{serie}} \text{ de l'impédance})$$

3.7 Intérêt du système triphasé

- ◆ Création d'une induction magnétique tournante, c'est la base de toutes les machines électriques alternatives.
- ◆ Puissance fluctuante nulle (en équilibré) : moins de bruit et de vibration.
- ◆ Puissance transportée $\sqrt{3}$ avec un conducteur en plus (50 % de conducteur en plus mais gain en puissance de 73 %).
- ◆ Facilité pour le produire à partir d'un alternateur ou machine synchrone.

3.8 Création d'une f.e.m. triphasée équilibrée



Les 3 enroulements sont identiques mais décalés angulairement de $2\pi/3$.

Ils comprennent N_s spires en série.

L : longueur des parties droites des bobines,

R : rayon au niveau des enroulements.

Figure 3.10 : dispositif pour créer un système triphasé de f.e.m..

Hypothèse : la répartition de l'induction créée par l'électroaimant est sinusoïdale au niveau des trois enroulements fixes. Ceci est obtenu par un profil adapté des pôles de l'électroaimant. L'induction est purement radiale au niveau des enroulements (circuit magnétique infiniment perméable).

$$b(\theta) = B_m \cos(\theta_r - \theta) \quad \begin{cases} \theta_r : \text{angle de l'axe de l'électroaimant} \\ \theta : \text{angle au niveau des enroulements (point M sur la figure 3.10)} \\ B_m : \text{induction maximale créée par l'électroaimant} \end{cases}$$

$$\text{L'électroaimant est entraîné à une vitesse } \Omega : \theta_r = \Omega t + \theta_0 \quad \begin{cases} t : \text{temps} \\ \theta_0 : \text{angle à } t = 0 \end{cases}$$

$$b(\theta) = B_m \cos(\Omega t + \theta_0 - \theta) : \text{induction tournante à } \Omega$$

Les trois forces électromotrices aux bornes des enroulements fixes sont données par la loi de Lenz :

$$\begin{cases} e_1 = - \frac{d\phi_{t1}}{dt} \\ e_2 = - \frac{d\phi_{t2}}{dt} \\ e_3 = - \frac{d\phi_{t3}}{dt} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \phi_{t1} : \text{flux total à travers l'enroulement 1} \\ \phi_{t2} : \text{flux total à travers l'enroulement 2} \\ \phi_{t3} : \text{flux total à travers l'enroulement 3} \end{cases}$$

$$\phi_{t1} = N_s \iint_S \vec{b} \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{géométrie et hypothèse :} \quad \begin{cases} \vec{b} = b \vec{u}_r \\ \vec{n} = \vec{u}_r \end{cases} \quad \phi_{t1} = N_s \iint_S b \, dS$$

$$\phi_{t1} = N_s \int_0^L \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b R \, d\theta \, dz \quad ; \quad \phi_{t2} = N_s \int_0^L \int_{-7\pi/6}^{-\pi/6} b R \, d\theta \, dz \quad ; \quad \phi_{t3} = N_s \int_0^L \int_{\pi/6}^{7\pi/6} b R \, d\theta \, dz$$

$$\text{Calculons par exemple } \phi_{t1} : \quad \phi_{t1} = N_s L R B_m \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\Omega t + \theta_0 - \theta) \, d\theta$$

$$\phi_{t1} = 2 N_s L R B_m \cos(\Omega t + \theta_0)$$

$$\text{Nous trouverions de même :} \quad \begin{cases} \phi_{t2} = 2 N_s L R B_m \cos(\Omega t + \theta_0 + 2\pi/3) \\ \phi_{t3} = 2 N_s L R B_m \cos(\Omega t + \theta_0 - 2\pi/3) \end{cases}$$

$$\text{Le système de f.e.m. est donc :} \quad \begin{cases} e_1 = - \frac{d\phi_{t1}}{dt} = 2 N_s L R B_m \Omega \sin(\Omega t + \theta_0) \\ e_2 = - \frac{d\phi_{t2}}{dt} = 2 N_s L R B_m \Omega \sin(\Omega t + \theta_0 + 2\pi/3) \\ e_3 = - \frac{d\phi_{t3}}{dt} = 2 N_s L R B_m \Omega \sin(\Omega t + \theta_0 - 2\pi/3) \end{cases}$$

C'est un système triphasé équilibré de tension. L'amplitude est : $E = \sqrt{2} N_s L R B_m \Omega$

4. MATERIAUX POUR L'ELECTROTECHNIQUE

Les matériaux sont un des facteurs clés pour le progrès du matériel électrique. Ils ont encore un beau potentiel d'évolution. Des matériaux très performants sont mis au point dans les laboratoires. Leur industrialisation permettra d'avoir des matériaux encore meilleurs et qui offrent de nouvelles possibilités aux électrotechniciens.

4.1 Matériaux conducteurs

Densité de courant (j) : $j = \frac{I}{S}$ $\left\{ \begin{array}{l} I : \text{courant} \\ S : \text{section du conducteur} \end{array} \right.$ *en général en A/mm²*

Densité volumique de pertes Joule (p_J en W/m³) $p_J = \rho j^2$ ρ : résistivité électrique (Ωm)

Les pertes sont la principale limitation des systèmes électromécaniques.

4.1.1 Supraconducteurs.

$\rho \approx 0$: possible avec les *matériaux supraconducteurs* ($\rho < 10^{-24} \Omega\text{m}$). Avec une telle résistivité, mesurée, le courant dans une bobine court-circuitée ne décroît de 63 % qu'après 120 000 années (!).

Découverte en 1911, la supraconductivité a vu ses premières applications dans les années 60. Elle reste néanmoins encore aujourd'hui cantonnée dans des niches bien spécifiques comme l'imagerie médicale ou la physique des hautes énergies. Certains supraconducteurs présentent cependant des propriétés extrêmement intéressantes pour le génie électrique, à savoir des densités de courant beaucoup plus élevées que dans les conducteurs résistifs (centaines d'A/mm² au lieu de quelques A/mm²) et une absence de pertes lorsque l'induction magnétique ne varie pas dans le temps. Les supraconducteurs offrent en outre de nouvelles possibilités comme l'apparition ultra rapide d'une résistance par dépassement d'un certain courant ou d'un champ. Ces performances exceptionnelles n'apparaissent qu'en dessous d'une certaine température dite critique. Celle-ci est inférieure à 20 K environ pour les supraconducteurs conventionnels dits "bas T_c " et de l'ordre de 100 K pour certains oxydes supraconducteurs appelés "hauts T_c ". Cela implique que les dispositifs supraconducteurs doivent être refroidis. L'élément supraconducteur est inséré à l'intérieur d'un cryostat qui assure une isolation thermique très poussée. La cryogénie reste une technologie complexe mais parfaitement maîtrisée et utilisable par des non-spécialistes.

Un matériau supraconducteur est dans un état non dissipatif lorsque les grandeurs températures (T), densité de courant (J) et champ magnétique (H) sont inférieures aux valeurs critiques T_c , J_c et H_c . Ces trois grandeurs sont liées et elles définissent une surface critique dans l'espace (T, H, J) (figure 4.1).

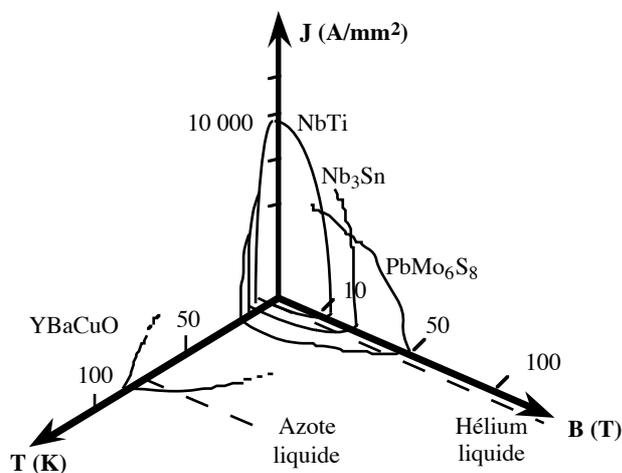


Figure 4.1 : surfaces critiques de quelques matériaux supraconducteurs et expérience de l'aimant "flottant".

Les pertes dans un supraconducteur ne sont nulles que lorsque son environnement électromagnétique est constant. Dès que celui-ci varie dans le temps, des pertes, dites pertes a.c., existent. La relation de Maxwell-Faraday ($\text{rot } \vec{E} = - \partial \vec{B} / \partial t$) nous indique en effet qu'un champ électrique apparaît dès que l'induction magnétique (extérieure ou liée au courant de transport) est variable. Ce champ électrique est à l'origine de la dissipation en régime variable. Compte tenu du coût énergétique important d'extraction des pertes à basse température (formule de Carnot), les pertes a.c. doivent être maintenues à un niveau extrêmement faible pour que la solution supraconductrice en alternatif soit viable. Ceci est obtenu par une structure particulière du fil supraconducteur. Les supraconducteurs peuvent être décomposés en deux grandes classes : les supraconducteurs à basse température critique (bas T_C) et ceux à haute température critique (haut T_C).

◆ Bas T_C (matériaux conventionnels (NbTi, Nb₃Sn, ...))

Ce sont des matériaux industriels (NbTi : 1000 tonnes de conducteur par an), performants en termes de propriétés de transport (3000 A/mm², 5 T, 4,2 K). Ils doivent être par contre maintenus à très basse température, typiquement 4,2 K (Hélium liquide à pression atmosphérique) pour présenter leurs propriétés exceptionnelles. Cela nécessite un environnement cryogénique donc une complexité technologique. C'est pourquoi ils sont utilisés seulement lorsqu'on ne peut pas faire autrement ou si ils surclassent très nettement les systèmes conventionnels (imagerie et spectrométrie médicales, physiques des hautes énergies, tokamaks, ...).

◆ Haut T_C (matériaux de type oxydes intermétalliques (YBaCuO, BiCaSrCuO, TlBaCaCuO, HgBaCaCuO, ...))

Ces matériaux, découverts en 1986, sont encore au stade du développement, voire de la recherche. Leurs performances sont encore modestes ou sont obtenues sur des dimensions réduites. Ce sont des matériaux de type céramique qui posent des grandes difficultés pour leur mise en oeuvre sous forme de conducteur de grande longueur. Leurs températures de fonctionnement sont nettement plus élevées, donc plus facilement accessibles, comparé aux supraconducteurs conventionnels, les rendant donc extrêmement attrayants et ils sont promis un bel avenir. Les recherches, très importantes, concernent les matériaux, leurs procédés d'élaboration et les applications. Des conducteurs en longueur kilométrique sont d'ores et déjà commercialisés avec des performances suffisantes pour des démonstrateurs. Les premières réalisations, dont certaines d'envergure (MVA), commencent à apparaître.

4.1.2 Matériaux classiques.

4.1.2.1 Densités de courant admissibles

Matériau	Densité vol.	Résistivité à 20 °C (10 ⁻⁸ Ωm)
Cu	8,96	1,7
Al	2,6	2,6
Ag	10,5	1,6
Laiton (Cu-Zn-Mn)	8,5	7,2

Tableau 4.1 : densité et résistivité électrique de matériaux conducteurs courants.

La résistivité est en général une fonction croissante de la température : $\rho = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))$ ($\alpha = 39 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ (Cu))

Valeurs typiques de densité de courant : $\begin{cases} j = 3 \text{ à } 5 \text{ A/mm}^2 & \text{normal} \\ j = 10 \text{ A/mm}^2 & \text{refroidissement à eau} \\ j = 20 \text{ A/mm}^2 & \text{refroidissement très étudié.} \end{cases}$

Remarque : les pertes sont un phénomène volumique alors que leur évacuation est surfacique. Par conséquent, plus la section sera élevée, plus la densité de courant admissible diminuera (tableau 4.2).

Section (mm ²)	1,5	2,5	4	6	10	16	25	35	50	70	95	120
I(A)	18,5	25	34	43	60	80	101	126	153	196	238	276
j (A/mm ²)	12,3	10	8,5	7,2	6	5	4	3,6	3,1	2,8	2,5	2,3

Tableau 4.2 : Courant et densité de courant en fonction de la section (câble triphasé (Cu) à isolant PVC dans l'air)

Dans le cas des lignes aériennes électriques, les densités de courant optimales (coût du conducteur et support plus capitalisation des pertes) sont plus faibles que les valeurs ci-dessus. Elles sont comprises entre 0,6 et 0,8 A/mm² en fonction du coefficient d'utilisation de la ligne (répartition de sa charge en cours d'année).

2 problèmes ♦ *Technique* : limite d'échauffement du câble (60 ° par exemple) compte tenu des conditions extérieures (saison, vent, ...) (cf. tableau 4.3).

Section (mm ²)	I _{max} (A)		J _{max} (A/mm ²)	
	Eté	Hiver	Eté	Hiver
228	510	640	2,22	2,81
841	1 100	1 400	1,31	1,66

Tableau 4.3 : courants et densités de courant maximaux de lignes aériennes.

♦ *Economique* : capitalisation des pertes sur la durée de vie de la ligne.

♦ *Sécurité* : possibilité de report d'une ligne à une autre.

⇒ DENSITE DE COURANT ECONOMIQUE

RESULTAT : J < 1 A/mm² (0,7 à 0,8)

4.1.2.2 Effet de peau

Lorsqu'un matériau conducteur est soumis à une induction magnétique variable, il a tendance à s'opposer à ces variations en développant des courants induits ou courants de Foucault. C'est la loi de Lenz. Ce phénomène d'écrantage est appelé aussi effet de peau.

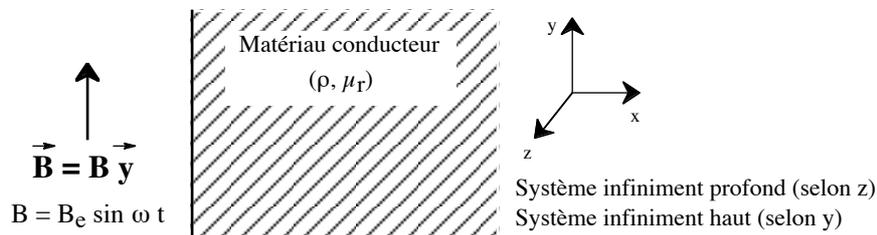


Figure 4.2 : géométrie considérée pour étudier l'effet de peau.

Pour résoudre un problème d'électromagnétisme, il faut utiliser les équations de Maxwell et les relations des matériaux dans les différentes régions considérées.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1) \\ \text{rot } \vec{H} = \vec{j} \quad (2) \end{array} \right. \quad \text{Equations de Maxwell}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E} = \rho \vec{j} \quad (3) \\ \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (4) \end{array} \right. \quad \text{relations matériau}$$

$$\vec{B} = B \vec{y} \quad \text{et } B \text{ ne dépend pas de } z \text{ (infiniment profond)} : \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{\partial B}{\partial x} \vec{z}$$

$$\text{Or (2) \& (4)} : \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{j} \quad \text{donc} : \vec{j} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial B}{\partial x} \vec{z} \quad \vec{E} = \rho \vec{j} = \frac{\rho}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial B}{\partial x} \vec{z} \quad \left(E = \frac{\rho}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial B}{\partial x} \right)$$

On utilise la notation complexe : $\vec{\text{rot}} \vec{\text{E}} = -\frac{\partial \vec{\text{B}}}{\partial t} = -\sqrt{-1} \omega \vec{\text{B}} \vec{y} \Rightarrow -\frac{\partial \vec{\text{E}}}{\partial x} = -\sqrt{-1} \omega \vec{\text{B}} = -\frac{\rho}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial^2 \vec{\text{B}}}{\partial x^2}$

$$\frac{\partial^2 \vec{\text{B}}}{\partial x^2} = \sqrt{-1} \frac{\mu_0 \mu_r \omega}{\rho} \vec{\text{B}} = \left((1+\sqrt{-1}) \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \omega}{2 \rho}} \right)^2 \vec{\text{B}} \quad \left(\sqrt{-1} = \frac{(1+\sqrt{-1})^2}{2} \right)$$

On introduit l'épaisseur de peau δ : $\delta = \sqrt{\frac{2 \rho}{\mu_0 \mu_r \omega}}$

$$\left[\frac{\partial^2 \vec{\text{B}}}{\partial x^2} = \left(\frac{1+\sqrt{-1}}{\delta} \right)^2 \vec{\text{B}} \Rightarrow \vec{\text{B}} = \text{B}_e e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-\sqrt{-1} \frac{x}{\delta}} \right]$$

L'induction décroît et est déphasée dans le matériau. Cette décroissance se fait sur la longueur caractéristique δ , l'épaisseur de peau. La figure 4.3 montre le profil de l'induction magnétique dans le matériau.

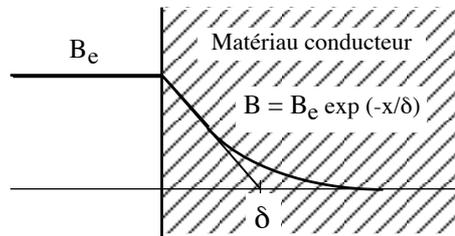


Figure 4.3 : induction à travers un conducteur soumis à une induction variable.

Pour le cuivre, à température ambiante et à 50 Hz, l'épaisseur de peau est d'environ 10 mm.

La densité de courant des courants induits qui s'opposent à la pénétration de l'induction dans le matériau est donnée par (2) :

$$\vec{j} = -\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{1+\sqrt{-1}}{\delta} \text{B}_e e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-\sqrt{-1} \frac{x}{\delta}} \quad \left(\vec{j} = j \vec{z} \right)$$

De manière analogue, le courant ne pénètre pas dans un conducteur de forte section (rayon par rapport à δ), le courant se concentre à la surface. C'est l'effet coque ou effet Kelvin. Comme conséquence, la résistance "apparente" augmente et le conducteur est mal utilisé ; une solution est de subdiviser le conducteur. La formule approchée de Lord Rayleigh permet de connaître cette variation de résistance. La résistance apparente linéique est :

$$R_a = \rho \frac{4}{\pi \varnothing^2} \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\omega \mu_0 \varnothing^2}{16 \rho} \right)^2 - \frac{1}{180} \left(\frac{\omega \mu_0 \varnothing^2}{16 \rho} \right)^4 + \dots \right] \rightarrow \rho \frac{1}{\pi \varnothing \delta} = \frac{1}{\pi \varnothing} \sqrt{\frac{\mu_0 \omega \rho}{2}} \quad (\text{fréquence élevées})$$

Pour un conducteur en cuivre $\varnothing = 30 \text{ mm}$ (3δ), 50 Hz, la diminution est d'environ 10 %.

4.2 Grandeurs H, J et B

4.2.1 Champ magnétique H (A/m)

Cette grandeur vectorielle est le champ d'excitation magnétique, ou le champ source. Le champ magnétique est créé par les courants. Les courants de déplacement sont négligés en électrotechnique.

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} \quad \text{Forme locale}$$

$$\int_C \vec{H} d\vec{l} = \sum_{\text{circuits}} N_k I_k \quad (\text{C : contour fermé}) \quad \text{Forme intégrale (théorème d'ampère)}$$

$\left\{ \begin{array}{l} N_k : \text{nombre de spires en série} \\ I_k : \text{courants (valeurs algébriques)} \end{array} \right.$

Exemple (figure 4.4) : $\int_C \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \vec{j} d\vec{S} = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (i_1 \text{ \& } i_2 \text{ modules})$

Le produit Ni est appelé Ampères-Tours (A. T.)

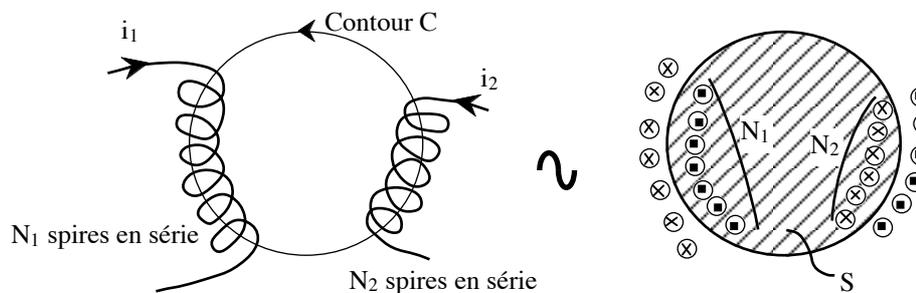


Figure 4.4 : application du théorème d'Ampère.

4.2.2 Aimantation M (A/m) - polarisation J (T)

$$\vec{J} = \mu_0 \vec{M} \quad \text{Ces deux grandeurs sont identiques à } \mu_0 \text{ près } (\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ (S.I.)}).$$

L'aimantation est la réponse d'un matériau à un champ magnétique H.

◆ Certains matériaux ne réagissent pas : ce sont les matériaux amagnétiques (air, cuivre, ...)

$$\vec{M} = 0 \quad (\vec{J} = 0)$$

◆ D'autres matériaux réagissent : ce sont les matériaux magnétiques (fer, ...)

$$\vec{M} \neq 0 \quad \vec{M} = \vec{M}(\vec{H}) \quad \text{la dépendance de l'aimantation avec le champ magnétique est souvent complexe (hystérésis (histoire du matériau), anisotropie, ..)}$$

- Cas simplifié : matériaux magnétiques linéaires

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad \chi : \text{susceptibilité magnétique (sans unité), c'est une caractéristique du matériau.}$$

4.2.3 Induction magnétique B (T)

C'est un vecteur résultant des deux grandeurs M (ou J) et H :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} \quad \mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ (S.I.)}$$

Dans le cas général, \vec{H} et \vec{M} (\vec{J}) ne sont ni parallèles ni proportionnels.

L'induction magnétique est le champ "utile, agissant", c'est l'induction magnétique qui est responsable des forces, des couples, ...

Une propriété importante de l'induction magnétique est la conservation de son flux :

$$\text{div } \vec{B} = 0 : \text{forme locale} \quad \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \text{ (S : surface fermée)} : \text{forme intégrale}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\text{rot } \vec{H} + \text{rot } \vec{M}) = \mu_0 (\vec{j} + \text{rot } \vec{M})$$

$\text{rot } \vec{M}$: densité de courant représentant l'aimantation (modèle ampérien, cf. annexe)

Cas particuliers

- **vide** (et tout matériau amagnétique) :

$$J = 0, B = \mu_0 H : \text{identité à } \mu_0 \text{ près des champ et induction magnétiques.}$$

- **matériaux magnétiques linéaires** :

$$\vec{M} = \chi \vec{H} ; \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu_0 (\chi + 1) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \mu_r : \text{perméabilité relative (sans unité)}$$

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \chi + 1 = \frac{\text{induction magnétique créée}}{\text{champ magnétique qui la provoque}} = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{A.T. nécessaires}}$$

D'où l'intérêt des matériaux magnétiques à perméabilité élevée qui permettent une induction importante (grandeur "utile") avec une excitation faible.

4.2.4 Détermination des champs électromagnétiques

Elle repose sur les équations de Maxwell pour les calculs magnétiques (courants de déplacement négligés, tableau 4.4) aux quelles il faut rajouter la caractéristique B(H) dans les différents matériaux.

Forme locale	Forme intégrale
$\text{div } \vec{B} = 0$	$\left\{ \begin{array}{l} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (\text{Conservation du flux}) \\ S : \text{surface fermée} \end{array} \right.$
$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$	$\left\{ \begin{array}{l} \int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{\text{conducteurs}} N_{\text{spires}} I \quad (\text{théorème d'ampère}) \\ C : \text{contour fermé qui englobe les courants I} \end{array} \right.$

Tableau 4.4 : équations de maxwell pour le champ et l'induction magnétique.

4.3 Matériaux magnétiques

4.3.1 Cycle d'hystérésis, les différents matériaux magnétiques.

La relation $M(H)$ d'un matériau magnétique est complexe, elle dépend en particulier de l'histoire magnétique du matériau. L'état magnétique est défini par le cycle d'hystérésis du matériau (figure 4.5).

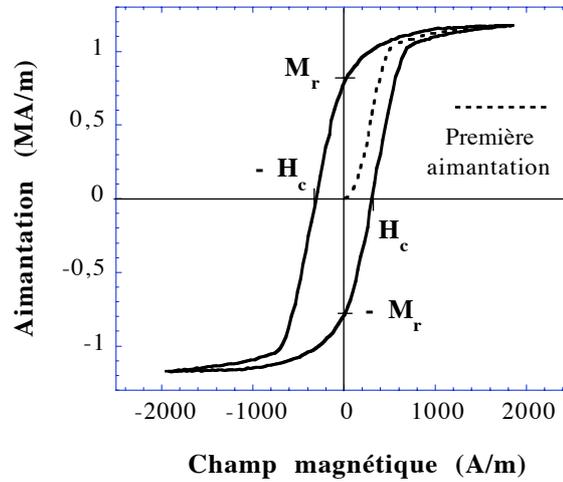


Figure 4.5 : cycle d'hystérésis d'un matériau magnétique.

Deux grandeurs importantes sont définies :

- M_r : aimantation rémanente, c'est l'aimantation en absence de champ d'excitation $M_r = |M(H = 0)|$,
- H_c : champ coercitif, c'est le champ à appliquer pour annuler l'aimantation $M(H = \pm H_c) = 0$.

Le cycle d'hystérésis dépend du matériau et de son processus d'aimantation (valeur et variation temporelle du champ appliquée) ; ce n'est pas une donnée du matériau.

La valeur du champ coercitif définit deux types de matériaux magnétiques (figure 4.6) :

- matériaux magnétiques durs (H_c élevé),
- matériaux magnétiques doux (H_c faible).

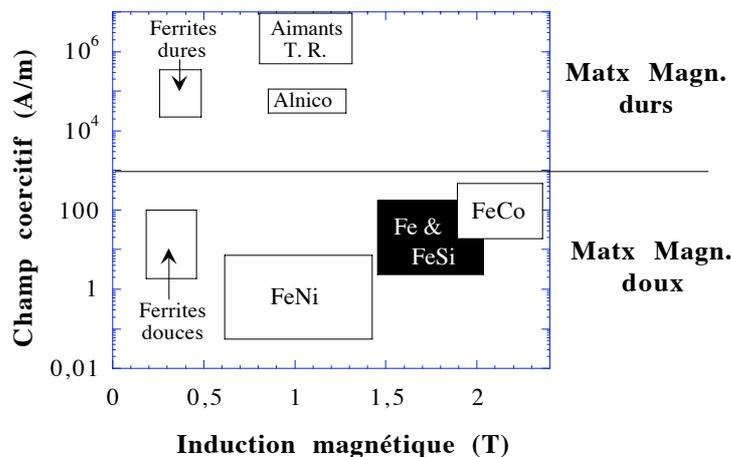


Figure 4.6 : les deux familles de matériaux magnétiques (d'après P. Brissonneau).

4.3.2 Aimants permanents (champ coercitif élevé, matériaux magnétiques durs).

Ils créent une induction magnétique à partir d'une énergie magnétique acquise une fois pour toutes. Un aimant permanent est d'autant plus performant que sa polarisation rémanente est élevée et son champ coercitif important (pas de risque de désaimantation). Le champ critique H^k correspond au champ désaimantant qui diminue la polarisation de 10 % par rapport à la valeur rémanente.

Les caractéristiques des aimants, particulièrement celles des composés NdFeB, dépendent beaucoup de la température ; l'aimantation diminue et surtout le champ coercitif décroît d'où un risque de désaimantation. Il faudra bien y veiller lors de la conception du dispositif à aimant soit connaître la température maximale de fonctionnement. Pour des températures élevées, les SmCo ($T_{Curie} = 720 \text{ °C}$ (Sm_1Co_5) ; $T_{Curie} = 800 \text{ °C}$ (Sm_2Co_{17})) conviennent mieux que les NdFeB ($T_{Curie} = 310 \text{ °C}$).

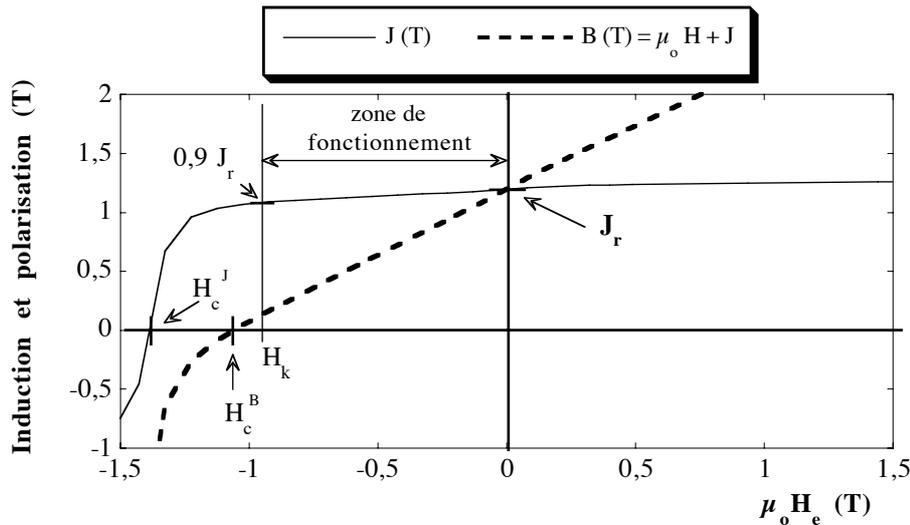


Figure 4.7 : partie utile du cycle $J(\mu_0 H)$ d'un aimant permanent (NdFeB à 300 K).

Matériaux	J_r (T)	$\mu_0 H_c^J$ (T)	$\mu_0 (B H)_{max}$ (T ²)	Remarques
Ferrites	0,2/0,37	0,3	0,01 / 0,03	Classiques / faible coût
Alnico	0,9/1,3	0,05 / 0,16	0,05 / 0,09	Ils se désaimantent facilement
Terres rares ♦ SmCo	0,9/1,1	0,9 / 2	0,2 / 0,3	Performants mais
♦ NdFeB	1,1/1,5	1 / 2	0,25 / 0,56	coûteux

Tableau 4.5 : caractéristiques des principaux aimants permanents actuels.

Aimant permanent idéal (champ coercitif infini) : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J}_r$ (\vec{J}_r indépendant de \vec{H})

4.3.3 Matériaux magnétiques doux (champ coercitif faible).

4.3.3.1 Intérêt des matériaux magnétiques doux.

Un matériau magnétique doux linéaire est caractérisé par sa perméabilité relative μ_r :

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\text{champ utile}}{\text{A. T. nécessaires}} \Rightarrow \text{A. T. nécessaires} = \frac{\text{champ utile}}{\mu_r}$$

Comme les Ampères-Tours créent des pertes Joule, sont encombrant et coûteux, il est très intéressant d'avoir une perméabilité relative élevée ; c'est le rôle des matériaux magnétiques doux. Pratiquement tous les systèmes électrotechniques utilisent des matériaux magnétiques doux pour réduire les A.T. d'excitation. Ils ont tous une structure dite

"fer" où le circuit magnétique joue un rôle fondamental. Le circuit magnétique apporte également d'autres avantages. Il sert d'écran magnétique. Par ailleurs dans une machine électrique où les enroulements sont insérés à l'intérieur d'encoches dans un circuit magnétique, les forces (couple) sont reprises principalement par le circuit magnétique et non les conducteurs.

Une des caractéristiques des matériaux magnétiques doux est leur cycle d'hystérésis (figure 4.8), ni linéaire, ni réversible. Une fois aimanté, un circuit magnétique conserve une induction rémanente en absence de champ magnétique. Au-delà d'une certaine valeur d'induction magnétique apparaît un phénomène de saturation. C'est le coude de saturation ou approche de la saturation. Il est nécessaire d'augmenter de plus en plus le champ magnétique, donc les A.T., pour accroître l'induction. Pour des champs magnétiques très élevés, la pente $\partial B/\partial H$ devient égale à μ_0 . Le coude de saturation apparaît pour des inductions de l'ordre de 1,5 T pour des tôles ordinaires. Avec des tôles un peu plus performantes on peut atteindre 1,8 T et des valeurs de 2 T sont possibles avec des matériaux particuliers extrêmement coûteux. En électrotechnique les matériaux magnétiques doux travaillent en général au niveau du coude de saturation.

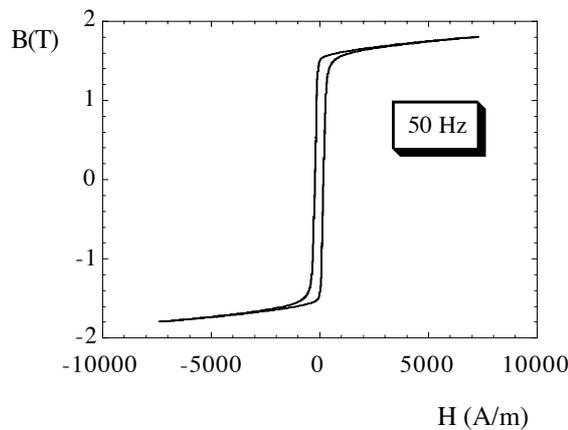


Figure 4.8 : cycle d'hystérésis B(H) pour une tôle FeSi semi-process non alliée FeV100065D (épaisseur 65/100).
(A. Lebouc, T. Chevallier, CNRS-LEG)

Le cycle d'hystérésis est lié entre autres à la structure d'un matériau magnétique doux en domaines (domaines de Weiss). Un domaine est une région où tous les moments magnétiques sont parallèles. Entre deux domaines l'aimantation peut avoir une direction différente. En fonction du champ magnétique extérieur, cette structure en domaine se modifie.

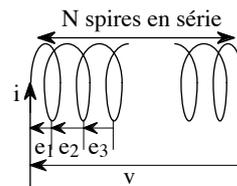
4.3.3.2 Pertes fer

En régime variable, un circuit magnétique est le siège de pertes, appelées pertes fer.

Considérons une bobine d'inductance avec N spires en série bobinées autour d'un circuit magnétique. La tension aux bornes de la bobine est donnée par la loi de Lenz :

$$v = R i + \frac{d\phi}{dt} = R i + \sum_{i=1}^{i=N} e_i = R i + N \frac{d\phi}{dt}$$

$$\phi : \text{flux moyen à travers les N spires} \left(\phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \phi_i \right)$$



$$\text{Puissance instantanée : } p = v i = R i^2 + N i \frac{d\phi}{dt}$$

$$\text{Puissance active : } P = R I^2 + f \int_0^T N i \, d\varphi = P_{\text{Joule}} + P_{\text{fer}} \quad \left| \quad P_{\text{fer}} = f \int_0^T N i \, d\varphi \right.$$

$\varphi = B S$ Théorème d'Ampère : $H l \approx N i$ où l est la longueur moyenne du circuit magnétique.

$$P_{\text{fer}} = f \int_0^T N i \, d\varphi \approx f \int_0^T H \, dB \, l S = \text{fréquence} \times \text{Aire cycle} \times \text{Volume matériau magnétique (l S)}$$

$$\int_0^T H \, dB = \text{aire du cycle tracé à la fréquence } f$$

(cycle dynamique)

$$P_{\text{fer}} = p_{\text{fer}}(B, f) M_{\text{matériau}}$$

$p_{\text{fer}}(B, f)$: pertes fer spécifiques (W/kg) pour B et f .
 $M_{\text{matériau}}$: masse de matériau

Les pertes fer sont par conséquent d'autant plus faibles que le cycle d'hystérésis est étroit : faibles champ coercitif et induction rémanente.

Les pertes fer ont deux origines principales même si cette séparation des pertes est quelque peu arbitraire :

- pertes par hystérésis liées au matériau, à sa structure en domaine, il faut agir sur le matériau, sur sa microstructure pour diminuer cette contribution,
- pertes par courants induits, pour les diminuer il faut augmenter la résistivité du matériau et surtout éviter le développement des courants induits en empilant des tôles magnétiques dans le bon sens au lieu d'utiliser un circuit magnétique massif : circuit magnétique feuilleté (figure 4.9).

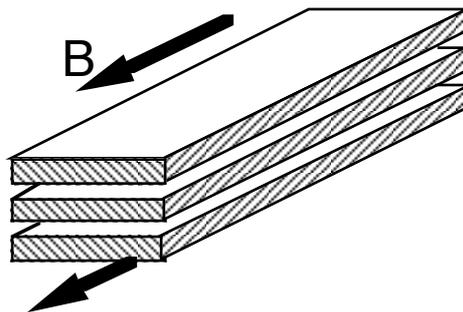


Figure 4.9 : circuit magnétique feuilleté (fonctionnement sous induction variable).

L'aire du cycle dynamique représente l'énergie volumique des pertes fer totales pour une période, y compris les pertes par courants induits. Ce cycle dynamique dépend donc de la fréquence (figure 4.10a). Dans un domaine restreint de fréquence une expression approchée des pertes fer est :

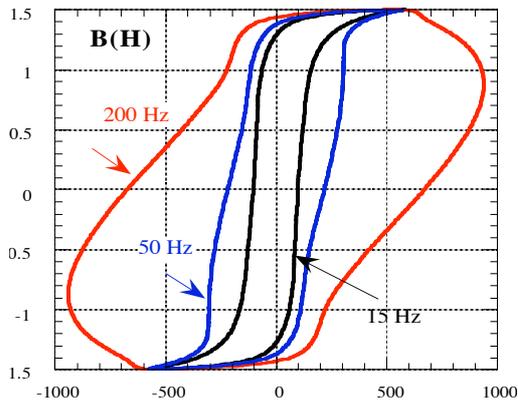
$$P_{\text{fer}} = A_1 f + A_2 f^2$$

$A_1 f$: pertes par hystérésis
 $A_2 f^2$: pertes par courants de Foucault

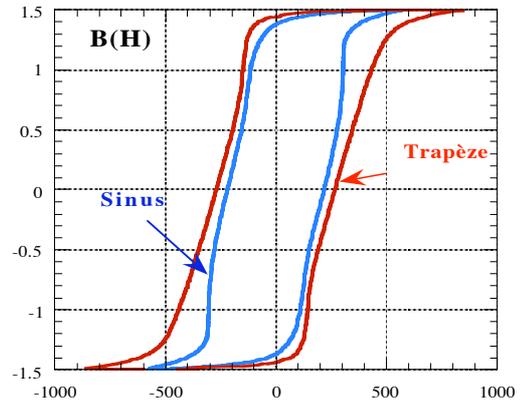
Les pertes par hystérésis sont approximativement données par l'aire du cycle tracé à très basse fréquence (Hz).

En première approximation très grossière, les pertes fer augmentent comme le carré de l'induction magnétique.

Le cycle d'hystérésis dynamique n'est pas une caractéristique du matériau seul. Les conditions d'aimantation l'influencent beaucoup. La variation temporelle (figure 4.10a : fréquence), la forme (figure 4.10b : sinusoïdale, trapèze, ...) du champ magnétique appliqué sont des paramètres déterminants. Les contraintes mécaniques sur les tôles jouent un rôle important également. De manière générale, les contraintes en compression sont défavorables alors que la mise des tôles en traction conduit à réduire les pertes fer.



4.10a : influence de la fréquence (champ sinusoïdal)



4.10b : influence de la forme du champ

Figure 4.10 : cycles d'hystérésis d'une tôle Fe-Si pour une même induction maximale (1,5 T).
(A. Lebouc, CNRS, LEG)

◆ Pertes par courants induits dans une plaque conductrice (figure 4.11).

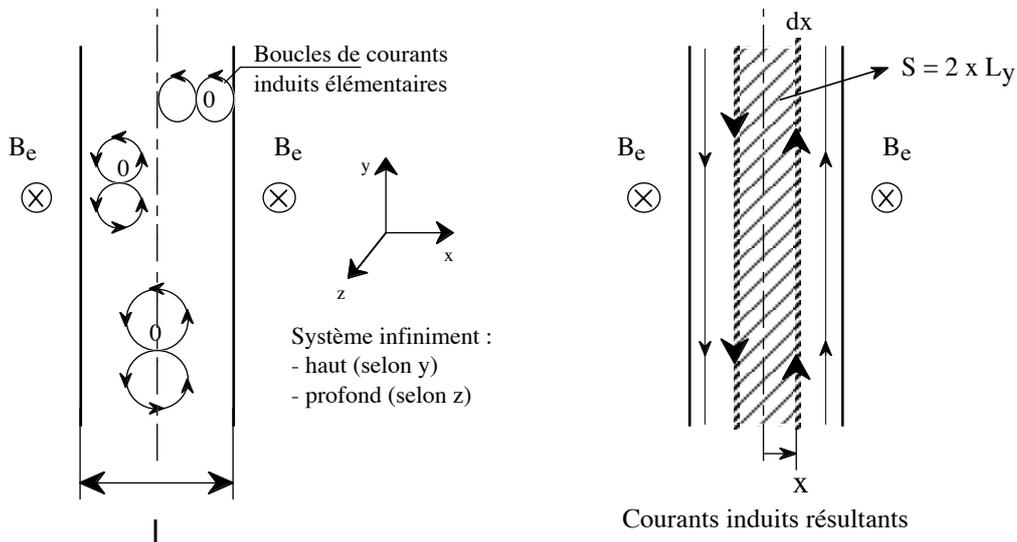


Figure 4.11 : plaque soumise à une induction extérieure variable, répartition des courants induits.

Hypothèse : $l \ll \delta$ (épaisseur de peau) l'induction extérieure pénètre complètement la plaque ; l'induction des courants induits est négligeable par rapport à l'induction extérieure.

Le problème est symétrique par rapport à l'axe de la plaque. Par conséquent seules les boucles qui sont à cheval sur l'axe n'ont pas d'équivalente pour annuler leur courant. Les courants induits résultants sont donc seulement dans la direction y.

$$\text{Considérons le courant compris entre } x \text{ et } x + dx : \quad i = \frac{d\varphi}{R} = \frac{1}{\rho} \frac{db_e}{dt} L_z x dx \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi = b_e 2 x L_y \\ R = \rho \frac{2 L_y}{L_z dx} \end{array} \right.$$

(Négliger l'induction des courants induits revient à négliger l'inductance des boucles)

$$\text{Les pertes Joule dues à ce courant sont : } dP = R I^2 = \frac{2}{\rho} L_y L_z \dot{B}_e^2 x^2 dx \quad \left(\dot{B}_e : \text{valeur efficace de } \frac{dB_e}{dt} \right)$$

Les pertes pour la plaque entière sont donc : $P = \int_0^{1/2} dP = \frac{1}{12} \frac{1}{\rho} \dot{B}_e^2 l^3 L_y L_z = \frac{1}{12} \frac{1}{\rho} \dot{B}_e^2 l^2 \vartheta_{\text{plaque}}$

Cette expression montre clairement que pour réduire les pertes par courants induits dans une tôle magnétique il faut réduire sa largeur, soit feuilletter le circuit magnétique et augmenter la résistivité des tôles. Le volume et l'induction extérieure sont en effet fixés par l'application considérée. Dans le cas d'une induction sinusoïdale l'expression des pertes par courants induits dans une tôle est :

$$\frac{P}{\vartheta_{\text{tôle}}} = \frac{1}{12} \frac{1}{\rho} \omega^2 B_e^2 l^2 = \frac{1}{24} \frac{1}{\rho} \omega^2 \hat{B}_e^2 l^2 \quad \begin{cases} B_e : \text{valeur efficace de l'induction} \\ \hat{B}_e : \text{valeur maximale de l'induction} \end{cases}$$

4.3.3.3 Différents matériaux magnétiques doux, ordres de grandeur

Le fer pur ($J_s \approx 2,16 \text{ T}$ à 300 K) a des caractéristiques mécaniques moyennes, c'est un métal mou. Pour les améliorer, quelques éléments (chrome, molybdène, ...) sont rajoutés au détriment d'une légère baisse de l'aimantation à saturation. Pour les applications dynamiques, les tôles Fer-Silicium sont les plus utilisées. Le Silicium (quelques %) améliore les propriétés métallurgiques (laminages et recuits plus faciles), augmente nettement la résistivité (pertes par courants de Foucault), diminue le champ coercitif (pertes par hystérésis) mais aussi un peu l'aimantation à saturation ($J_s \approx 2 \text{ T}$ pour une concentration de Si de 3 %). Les tôles sont recouvertes d'un revêtement organique ou minéral très fin (μm) pour leurs isolations. Les tôles classiques sont à grains non orientés (N.O.). Leur désignation est par exemple FeV 350-65 HA :

- FeV : tôle non orientée.
- 350 : pertes en 1/100 W/kg pour une induction de 1,5 T à 50 Hz.
- 65 : épaisseur en 1/100 mm.
- HA : niveau de finition, état semi-fini (HE, HD), état fini (HA).

Lorsque la direction du champ est uniaxiale, en particulier dans les transformateurs, des tôles dites à grains orientés (G.O.) sont souvent employées. Cela repose sur l'anisotropie du fer qui possède un axe de "facile" aimantation qui est la direction de Goss. Les tôles G.O. ont une structure où les grains sont orientés (ou texturés) dans la même direction ou très voisines de celle de "facile" aimantation. Cette texturation est obtenue par des procédés de laminage et des traitements thermiques. Cette orientation préférentielle facilite beaucoup l'aimantation dans la direction de Goss et les pertes fer sont réduites si le champ est dans la même direction (mais sont augmentées dans la direction perpendiculaire par rapport à une tôle non orientée). Les propriétés magnétiques sont fortement anisotropes pour les tôles G.O. alors qu'elles sont presque isotropes pour les tôles classiques N.O. (figure 4.12).

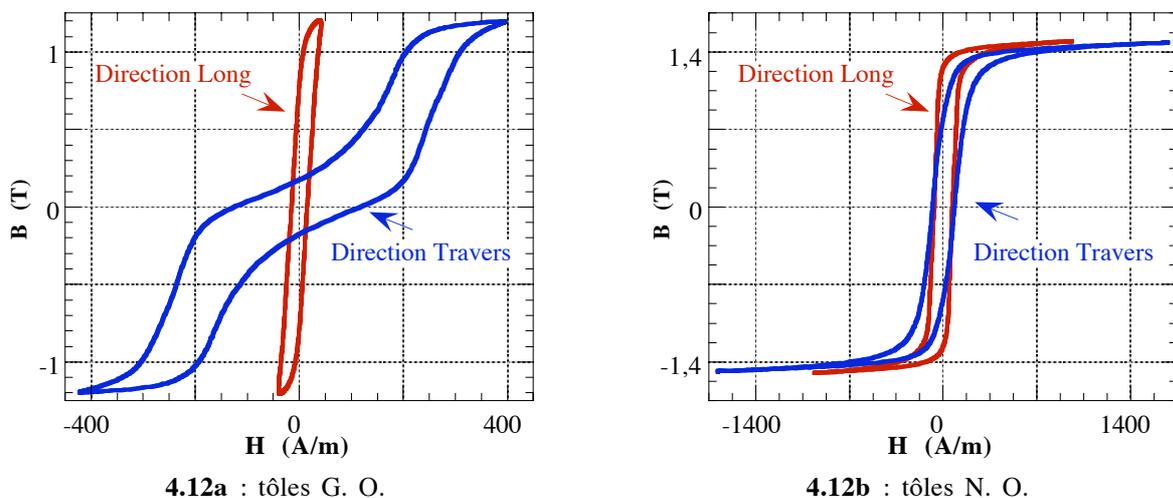


Figure 4.12 : cycles d'hystérésis de tôles FeSi G.O. et N.O. pour les deux directions d'aimantation. (A. Lebouc, CNRS, LEG)

Matériau	H (B = 1,5 T) (A/m)	P _{1,5} ⁵⁰ (W/kg)	Remarque
Air	1 200 000	/	/
Fer pur	100 / 200	/	Pour B constant
Fe Si N.O.	2 500	2,0/3,3 (0,35 mm) 3,5/10 (0,65 mm)	Classique à 50 Hz (0,6 €/kg)
Fe Si G.O.	50	1,1 (0,35 mm)	Plutôt pour B uniaxial
Fe Si G.O. Hi-B	18	0,8 (0,3 mm)	Coûteux (1,5 €/kg)
FeCo (50 %)	800 (2,1 T)	4 (0,3 mm) (2 T)	Très haute induction de travail mais extrêmement coûteux (75 €/kg)

Tableau 4.6 : caractéristiques de quelques matériaux magnétiques doux (N.O. : non orienté ; G.O. : grains orientés).

La nuance "Hi-B" des tôles à grains orientés présente des performances élevées en terme de perméabilité grâce en particulier à un revêtement spécial. Celui-ci applique des contraintes mécaniques sur la tôle pour une perméabilité très forte par effet magnéto-élastique. Une irradiation au laser (tôles "scratchées") permet une amélioration supplémentaire.

Les alliages Fer-Cobalt ont des aimantations à saturation supérieures à celles des Fe-Si mais à un prix nettement plus élevé. Ils sont réservés à des applications bien spécifiques où les contraintes en poids sont très importantes.

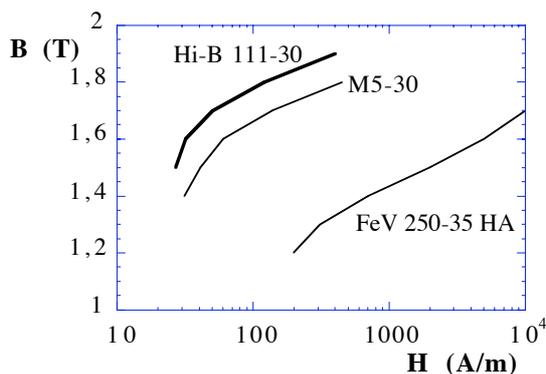


Figure 4.13 : courbes B(H) pour différentes tôles magnétiques.

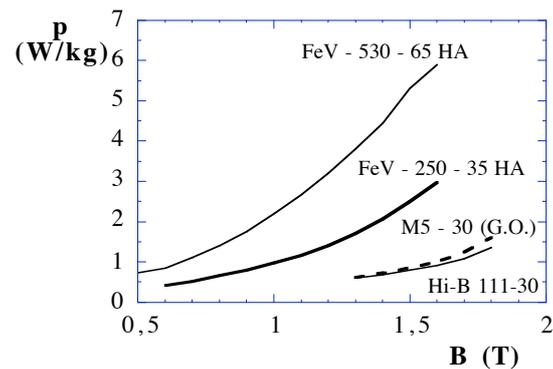


Figure 4.14 : pertes fer spécifiques à 50 Hz pour différentes tôles magnétiques.

Les composites Fer-Résines sont des matériaux issus de la métallurgie des poudres de plus en plus utilisées. Ils sont composés de très petites billes de fer pratiquement pures liées par une résine. Ce matériau magnétique a une perméabilité relative relativement faible ($\mu_r = 100$ à 700), et est très mauvais conducteur électrique voir isolant. Ils sont adaptés pour réaliser les circuits magnétiques des transformateurs et moteurs et commencent à être utilisés industriellement dans les actionneurs de faibles puissances, ou leur isotropie est utilisée pour réaliser des circuits magnétiques à circulation de flux 3D. Les structures doivent être repensées pour bénéficier des avantages de ces poudres sans être pénalisé par leur perméabilité médiocre.

4.4 Matériaux diélectriques

C'est le maillon faible du dispositif en général. Lors d'une surcharge ou si le dispositif est mal dimensionné, des échauffements locaux apparaissent. Ils peuvent conduire à la détérioration locale de l'isolant. Il peut y avoir amorçage local ou claquage qui entraîne souvent la destruction de l'appareil. Par ailleurs, ce sont les isolants qui tiennent le moins bien dans le temps, ils vieillissent et se dégradent chimiquement ce qui altère leurs performances diélectriques.

Les matériaux isolants sont en général organiques et ils limitent la température maximale de fonctionnement des machines électriques, à des valeurs nettement inférieures à celle des machines thermiques. Leurs propriétés se dégradent en effet très rapidement dès que la température dépasse une certaine valeur, définie par leur classe d'utilisation (tableau 4.7). Les principales caractéristiques des isolants sont :

- rigidité diélectrique (kV/mm) : champ disruptif E_d ,
- grande résistivité électrique ρ ,
- résistance aux ondes de choc et aux arcs électriques,
- bon comportement thermique (endurance thermique),
- conductivité thermique λ (évacuation des pertes),
- pertes surtout sous champ électrique variable.

Les pertes diélectriques sont une grandeur à considérer essentiellement lorsque le champ électrique varie. Pour un condensateur, elles sont données par l'angle de pertes δ . La tension et le courant ne sont pas parfaitement en quadrature mais déphasés d'un angle $\pi/2 - \delta$.

Classe	T (°C)	Type
A	105	huile émail
E	120	résine époxyde, émail
B	130	polyester, amiante
F	155	silicones
H	180	silicones, mica
C	> 180	mica, porcelaines

Tableau 4.7 : classe d'isolation et température maximale de fonctionnement.

Les isolants liquides ou gazeux, outre leur fonction pour la tenue diélectrique, jouent un rôle fondamental dans l'évacuation des pertes (fluides caloporteurs). Leurs propriétés thermiques sont par conséquent des caractéristiques très importantes. Le refroidissement des parties tournantes de certaines machines électriques est assuré par de l'hydrogène sous pression. Sa masse volumique inférieure à celle de l'air conduit à de meilleures propriétés thermiques et à des pertes par ventilation moindres. L'hexafluorure de soufre (SF_6) est un gaz très utilisé dans l'appareillage (disjoncteurs) à cause de ses propriétés particulières pour couper un arc électrique.

Isolants	Désignation	Champ disruptif E_d^* (kV/m)	Masse vol. (kg/m ³)	Cond. thermique λ (W/mK)	résistivité ρ (M Ω m)
Liquides	Hydrocarbures purs	20	900	0,16	10
	Hydrocarbures aromatisés	29	1820	0,15	10
	Huiles silicones	20-30	960	0,15	10
Gazeux	Air	3,2	1, 29	0,024	
	Hydrogène	1,9	0, 09	0,175	
	S F ₆	8, 5	6, 59	0,015	

* liquide : pour 2,5 mm ; gaz : pour 10 mm à 1 bar.

Tableau 4.8 : caractéristiques d'isolants liquides et gazeux.

En pratique, le champ électrique maximum doit être inférieur à un tiers du champ disruptif. Les valeurs pratiques de matériaux usuels sont :

air : 1 kV/mm ; huile classique : 5 kV/mm ; carton : 11 kV/mm

4.5 Remarques sur le dimensionnement (machines alternatives)

En régime triphasé équilibré, la puissance s'écrit : $P = 3 V I \cos \varphi$

L'expression de la tension est donnée par la loi de Lenz :

$$v = \frac{d\phi}{dt} \quad \phi : \text{flux total à travers toutes les spires}$$

$$v = N_s \frac{d\varphi}{dt} \quad \varphi : \text{flux moyen à travers une spire}$$

$$N_s : \text{nombre total de spires en série}$$

$$\Rightarrow V = \frac{N_s B \omega S_{\text{fer}}}{\sqrt{2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} N_s : \text{nombre de spires en série} \\ B : \text{induction (exprimée en valeur maximale)} \\ \omega : \text{pulsation} \\ S_{\text{fer}} : \text{section du circuit magnétique} \end{array} \right.$$

$$I = J S_{\text{Cu}} \quad \left\{ \begin{array}{l} J : \text{densité de courant} \\ S_{\text{Cu}} : \text{section du cuivre} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P = \frac{3}{\sqrt{2}} \omega N_s B S_{\text{fer}} J S_{\text{Cu}} \cos \varphi \quad N_s S_{\text{Cu}} = S_{\text{Cu}}^{\text{tot}} : \text{section totale de cuivre}$$

$$P = 3 \pi \sqrt{2} f B J S_{\text{fer}} S_{\text{Cu}}^{\text{tot}} \cos \varphi$$

$$S_{\text{fer}} S_{\text{Cu}}^{\text{tot}} = \frac{P}{3 \pi \sqrt{2} f B J \cos \varphi}$$

◆ Pertes

- pertes Joules : $P_{\text{Joule}} = \rho J^2 S_{\text{Cu}}^{\text{tot}} L$ (L : longueur)
- pertes Fer : $P_{\text{fer}} = p_{\text{fer}}(B, f) d_{\text{fer}} \mathcal{V}_{\text{fer}}$ (\mathcal{V}_{fer} : volume de fer, d_{fer} : densité volumique du fer)

Pour réduire la taille et le poids, il faut par conséquent : - augmenter la fréquence f
- accroître l'induction B et la densité de courant J
- fonctionner au facteur de puissance maximum.

Par contre cela augmente les pertes Joules et fer (sauf pour le facteur de puissance).

Dans les avions, où le poids est une contrainte importante, la fréquence est de 400 Hz pour diminuer la masse des machines électriques.

Loi d'homothétie, effet de taille.

Étudions l'évolution des grandeurs en faisant varier toutes les dimensions dans le rapport λ .

$$P \text{ varie comme } \lambda^4$$

$$\text{Pertes varient comme } \lambda^3 \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{rendement croît avec } \lambda}$$

Cela explique l'intérêt de concentrer la production en des entités de très forte puissance. Par contre si le rendement augmente avec la taille du dispositif, le problème de l'évacuation des pertes devient de plus en plus délicat lorsque la taille croît. La surface (caractéristique pour l'évacuation) croît en effet comme λ^2 , alors que les pertes augmentent comme λ^3 .

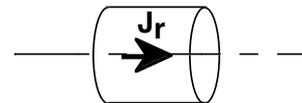
Annexe : étude des matériaux magnétiques

Les matériaux magnétiques possèdent une aimantation soit aussi une polarisation magnétique (aimantation M (H) (unité : A/m), polarisation magnétique : $J = \mu_0 M$ (Unité : T)). Pour étudier ces matériaux il existe deux modèles (tableau 4.8).

MODELE AMPERIEN <i>Calcul de B</i> Matériau équivalent à des distributions fictives de courants (courants ampériens)	MODELE COULOMBIEN <i>Calcul de H</i> Matériau équivalent à des distributions fictives de pôles magnétiques
<p>◆ Densité de courant linéique (courants superficiels) :</p> $\vec{K} = \vec{M} \wedge \vec{n} = \frac{\vec{J} \wedge \vec{n}}{\mu_0}$ <p>(\vec{n} : vecteur normal unitaire dirigé vers l'extérieur)</p> <p>◆ Densité de courant (courants volumiques) :</p> $\vec{j} = \text{rot } \vec{M} = \frac{\text{Rot } \vec{J}}{\mu_0}$	<p>◆ Densité surfacique de charge :</p> $\sigma = \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{n} = \vec{J} \cdot \vec{n}$ <p>◆ Densité volumique de charge :</p> $\rho = - \text{Div } \vec{J} = \mu_0 \text{Div } \vec{M}$

Tableau 4.8 : deux modèles pour étudier les matériaux magnétiques.

Exemple : Induction créée par un aimant cylindrique uniformément aimanté



MODELE AMPERIEN Distributions fictives de courants	MODELE COULOMBIEN Distributions fictives de pôles magn.
$\vec{K} = \frac{\vec{J}_r \wedge \vec{n}}{\mu_0} = \frac{J_r}{\mu_0} \vec{u}_\theta$ $\vec{j} = \frac{\text{rot } \vec{J}_r}{\mu_0} = 0$ <p>~ solénoïde</p> <p>Sur l'axe :</p> $B = \frac{J_r}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$	$\sigma = \vec{J}_r \cdot \vec{n} = J_r$ $\rho = - \text{Div } \vec{J}_r = 0$
<p><i>Calcul de B</i></p> $\begin{cases} \text{A l'ext. : } B = \mu_0 H \\ \text{A l'int. : } B = \mu_0 H + J_r \end{cases}$	<p><i>Calcul de H</i></p> $\begin{cases} \text{A l'ext. : } B = \mu_0 H \\ \text{A l'int. : } B = \mu_0 H + J_r \end{cases}$

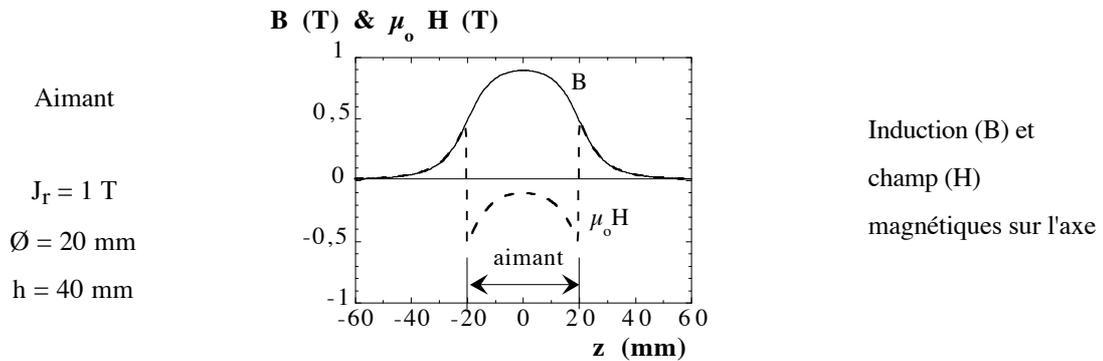


Figure 4.15 : induction et champ magnétique sur l'axe d'un aimant permanent.

5. - CIRCUIT MAGNETIQUE

5.1 Intérêt des circuits magnétiques

Un circuit magnétique est caractérisé entre autres par la perméabilité magnétique relative des tôles qui le constituent. Dans le cas linéaire, cette perméabilité relative est donnée par :

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{\text{grandeur utile (force,...)}}{\text{excitation à fournir (A.T.)}}$$

Nous avons donc tout intérêt à avoir une perméabilité aussi élevée que possible sauf si les Ampères-Tours ne génèrent pas de pertes (supraconducteurs). La perméabilité relative caractérise la facilité d'établir une induction magnétique dans un matériau.

C'est pourquoi pratiquement tous les systèmes électrotechniques utilisent un circuit magnétique, ce sont des structures dites "fer". D'autres avantages peuvent être cités pour les circuits magnétiques :

- canalisation du flux magnétique (moindre dispersion),
- support mécanique et transmission des efforts,
- écrantage magnétique.

Cependant le circuit magnétique introduit une limitation liée au phénomène de saturation, des non-linéarités surtout si le point de fonctionnement est proche de la saturation. Il entraîne aussi un poids élevé de la structure (masse volumique du fer : 7600 kg/m³).

L'intérêt du circuit magnétique pour créer une induction magnétique est indiqué par la figure 5.2. Elle montre l'évolution des équipotentielles magnétiques en fonction de la perméabilité relative du circuit magnétique. Ces distributions ont été obtenues avec le logiciel d'éléments finis FLUX2D développé au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble et à la société CEDRAT qui le commercialise. Le tableau 5.1 donne les valeurs de l'induction dans l'entrefer. Le montage considéré est un électro-aimant (figure 5.1).

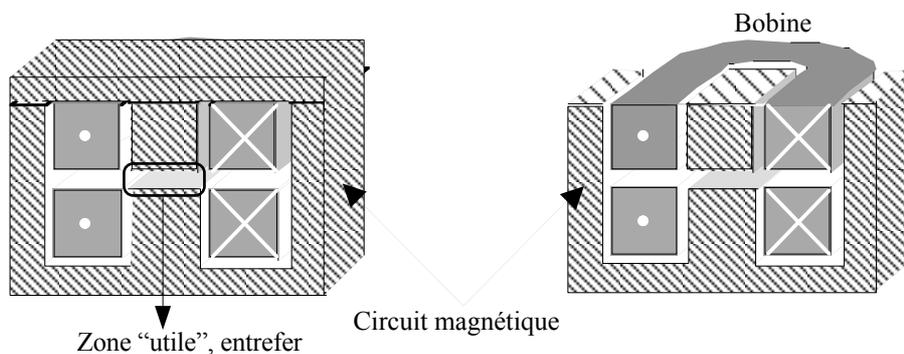


Figure 5.1 : coupes du montage étudié.

μ_r	1	5	50	500	5 000
B (T)	0,087	0,243	0,865	1,48	1,61

Tableau 5.1 : induction magnétique dans l'entrefer en fonction de la perméabilité relative du circuit magnétique.

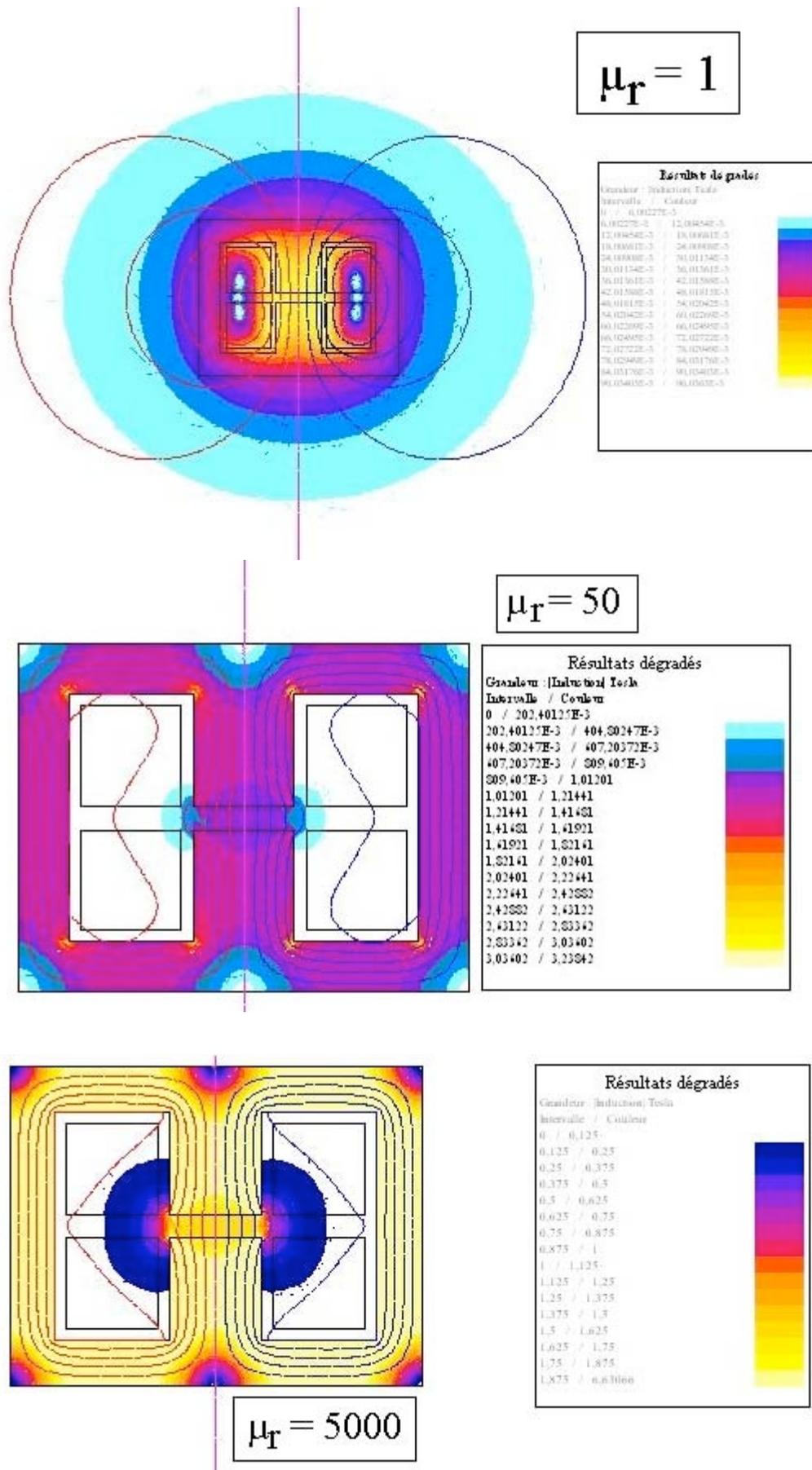


Figure 5.2 : équipotentiellés pour différentes valeurs de la perméabilité du circuit magnétique de la figure 5.1. (résultats FLUX®)

5.2 Etude des circuits magnétiques

5.2.1 Conventions et notations

Minuscules : grandeurs locales. Majuscules : grandeurs moyennes à travers une section.

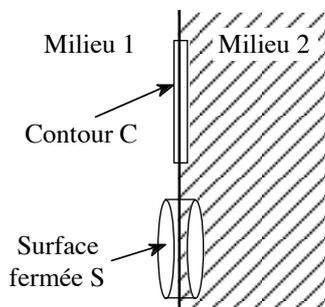
$$B = \frac{1}{S} \iint_S \vec{b} \cdot d\vec{S} \quad ; \quad \text{flux} : \varphi = \iint_S \vec{b} \cdot d\vec{S} = B S$$

Seules les valeurs moyennes sont utilisées en général.

5.2.2 Equations et propriétés (résumé)

$\left. \begin{aligned} \diamond \int_C \vec{H} \cdot d\vec{l} &= \sum_{\text{circuits}} N_k I_k \quad (C : \text{contour moyen fermé}) \\ \diamond \text{Conservation du flux} : \iint_S \vec{b} \cdot d\vec{S} &= 0 \quad (S : \text{surface fermée}) \\ &\varphi_{\text{total}} = 0 \quad (\text{à travers surface fermée}) \end{aligned} \right\}$	Equations
$\left. \begin{aligned} B &= \mu H \quad \text{matériau } \underline{\text{linéaire}} : \text{amagnétique (air) } \mu = \mu_0, \\ &\text{magnétique linéaire } \mu = \mu_0 \mu_r \\ B &= \mu_0 H + J_r \quad (\text{aimant idéal, } J_r : \text{polarisation rémanente}) \end{aligned} \right\}$	Relations matériaux

5.2.3 Induction à la surface d'un circuit magnétique



◆ Conservation du flux : $\iint_S \vec{b} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow \boxed{B_n^1 = B_n^2}$ (flux à travers la surface latérale négligée)

◆ Théorème d'Ampère : $\vec{n} \wedge (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{K}$ (K : densité linéique de courant à la frontière)

- milieu 2 aimanté avec aimantation M

$\vec{K} = \vec{M} \wedge \vec{n}$: densité linéique liée à l'aimantation à son interface (modèle Ampérien, cf. annexe)

- milieu 2 magnétique linéaire $K = 0 \Rightarrow \boxed{H_t^1 = H_t^2}$

Relations de passage (figure 5.3) : $\left\{ \begin{array}{l} \text{conservation de la composante normale de l'induction magnétique} \\ \text{conservation de la composante tangentielle du champ magnétique} \end{array} \right.$

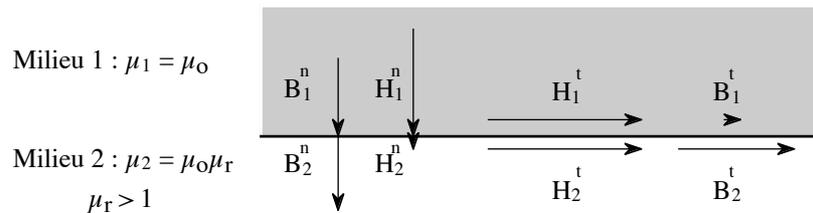


Figure 5.3 : composantes normales et tangentielles de l'induction et du champ magnétiques à l'interface de deux milieux.

Application : induction à la surface (air) d'un circuit magnétique non saturé.

$$\text{Relations matériaux : } \begin{cases} B^1 = \mu_0 H^1 \\ B^2 = \mu_0 \mu_r H^2 \end{cases} \Rightarrow B_t^1 = \frac{B_t^2}{\mu_r} \rightarrow 0 : \quad \text{L'induction est normale à un circuit magnétique non saturé}$$

5.2.4 Analogie avec l'électrocinétique

5.2.4.1 Notion de réluctance

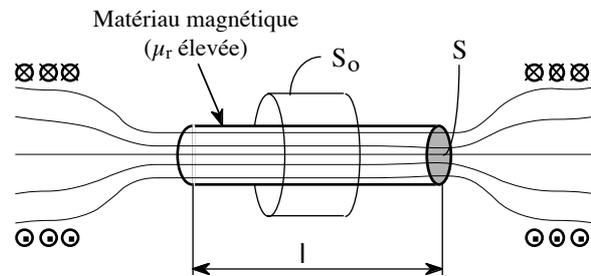


Figure 5.4 : lignes de champ dans un cylindre magnétique.

♦ Conservation de la composante tangentielle du champ magnétique :

$$H_t^{\text{air}} = H_t^{\text{mat. mag.}} \Rightarrow B_t^{\text{air}} = \frac{1}{\mu_r} B_t^{\text{mat. mag.}} \quad \left| \begin{array}{l} \mu_r \text{ élevée} \\ B_t^{\text{air}} \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

L'un circuit magnétique canalise le flux magnétique, l'induction est pratiquement nulle à l'extérieur.

♦ Conservation du flux magnétique à travers la surface fermée S_0 :

$$\iint_{S_0} \vec{b} \cdot d\vec{S} = 0 = B_1 S - B_2 S \quad (B_1 \text{ \& } B_2 \text{ sont les inductions moyennes à travers } S \text{ (} B = \frac{1}{S} \iint_S \vec{b} \cdot d\vec{S} \text{)}) \\ \Rightarrow B_1 = B_2 \Rightarrow H_1 = H_2 \left(= \frac{B_1}{\mu_0 \mu_r} \right)$$

L'induction et le champ magnétiques moyens sont constants le long d'un circuit magnétique de section donnée.

Hors source ($j = 0$) : $\text{rot } \vec{H} = 0 \Rightarrow H$ dérive d'un potentiel : $\vec{H} = - \text{grad } \vartheta$ (ϑ : potentiel magnétique)

$$H = - \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \text{ indépendant de } x \Rightarrow \vartheta = - H x \quad (\text{dans le cas du cylindre})$$

$$\Delta \vartheta = H l = \frac{B}{\mu} \frac{1}{S} S = \frac{1}{\mu} \frac{1}{S} B S = \frac{1}{\mu} \frac{1}{S} \varphi = \mathfrak{R} \varphi \quad (\mu = \mu_0 \mu_r)$$

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \frac{1}{S} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{1}{S} \quad : \text{réluctance du cylindre magnétique} \quad \Delta \vartheta = \mathfrak{R} \varphi$$

$\frac{1}{\mu_0 \mu_r}$: réductivité magnétique = "résistivité" magnétique.

- ♦ circuit magnétique (fer) μ_r élevée (infinie) $\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \rightarrow 0$: "*court-circuit*" magnétique ("supramagnétique")
- ♦ air (milieux amagnétiques) $\mu_r = 1$ $\frac{1}{\mu_0 \mu_r}$ élevé : "*isolant*" magnétique
 \Rightarrow forte chute de potentiel magnétique et consommation importante d'Ampères tours.

Un circuit magnétique complet peut par conséquent se représenter par un ensemble de réluctance, de sources de f.m.m. (A.T. "source de tension") ou de source de flux ("source de courant").

5.2.4.2 Equivalence électromagnétisme - électrocinétique

	Electrocinétique	Magnétostatique
GRANDEURS DE BASE	\vec{E} : champ électrique (V/m) E : force électromotrice (V) V : potentiel électrique (V) $\vec{E} = - \text{grad } V$ (hors sources) \vec{J} : densité de courant (A/mm ²) I : courant (A)	\vec{H} : champ magnétique (A/m) \mathcal{E} : force magnétomotrice (A) ϑ : potentiel magnétique (A) $\vec{H} = - \text{grad } \vartheta$ (hors sources) \vec{B} : induction magnétique (T) φ : flux (Wb, Tm ²)
RELATION MATERIAUX LINEAIRES	$\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (σ : conductivité électrique) $\vec{E} = \rho \vec{J}$ (ρ : résistivité électrique)	$\vec{B} = \mu \vec{H}$ (μ : perméabilité magnétique) $\vec{H} = \gamma \vec{B}$ (γ : réductivité magnétique)
LOIS DES CIRCUITS (lois d'Ohm et d'Hopkinson)	Source de tension : E (f.e.m.) Source de courant Hors source : $\Delta V = \int \vec{\xi} \cdot d\vec{l} = R I$ $R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$ } Résistance (Ω) $R = \rho \frac{l}{S}$ } l : longueur S : section $\frac{1}{R}$: conductance (Ω^{-1})	Source d'A.T. : $\mathcal{E} = N I$ (f.m.m.) Source de flux Hors source : $\Delta \vartheta = \int \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathfrak{R} \varphi$ $\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$ } Réluctance (H^{-1}) $\mathfrak{R} = \gamma \frac{l}{S}$ } l : longueur S : section $\frac{1}{\mathfrak{R}}$: perméance (H)
Associations <i>série/parallèle</i>	$R = \sum R_i$ / $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$	$\mathfrak{R} = \sum \mathfrak{R}_i$ / $\frac{1}{\mathfrak{R}} = \sum \frac{1}{\mathfrak{R}_i}$
Valeurs des grandeurs	Valeurs efficaces	Valeurs maximales

Tableau 5.1 : analogies entre l'électrocinétique et la magnétostatique, grandeurs analogues.



$R I^2$ (I : valeur efficace) correspond aux pertes Joules ; $\frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2$ est l'énergie magnétique.

5.3 Exemple

Considérons le circuit magnétique et sa représentation très simple par des réductances pour les différents tronçons de fer et l'entrefer et une f.m.m. pour la bobine excitatrice (figure 5.5). Aucune "fuite" n'a été prise en compte. Le circuit électrique équivalent est trivial. Il permet de calculer le flux et l'induction dans l'entrefer :

$$\varphi = \frac{Ni}{\mathfrak{R}_{\text{fer}} + \mathfrak{R}_e} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}_{\text{fer}} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l_{\text{fer}}}{S_{\text{fer}}} \\ \mathfrak{R}_e = \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_e} \approx \frac{1}{\mu_0} \frac{e}{S_{\text{fer}}} \\ \text{(dispersion négligée)} \end{array} \right. \quad B_e = \mu_0 \frac{Ni}{e + \frac{l_{\text{fer}}}{\mu_r} \frac{S_e}{S_{\text{fer}}}} \approx \mu_0 \frac{Ni}{e}$$

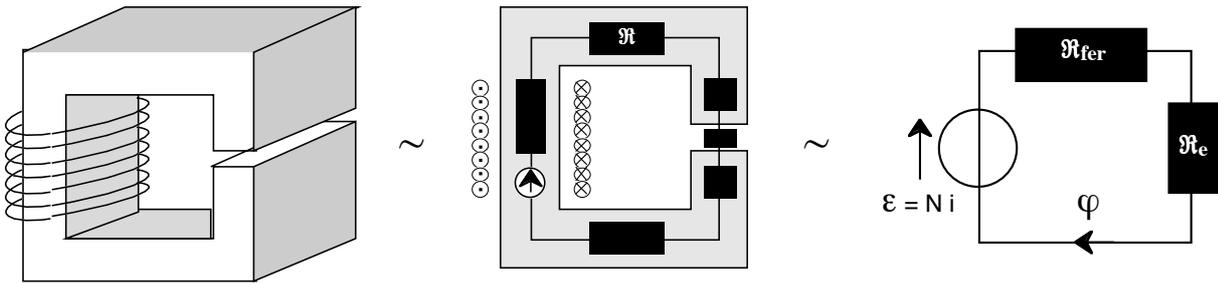


Figure 5.5 : exemple de circuit magnétique et sa représentation simplifiée par réductances.

Un calcul beaucoup plus précis peut être mené en utilisant un logiciel d'éléments finis par exemple comme le code FLUX2D. Il permet d'accéder aux équipotentielles, au dégradé d'induction magnétique (figure 5.7). La figure 5.6 représente le profil de l'induction au milieu de l'entrefer. La dispersion magnétique au niveau de l'entrefer est relativement faible et la valeur de l'induction est très proche de celle obtenue par l'expression qui néglige le trajet dans le fer et les fuites magnétiques :

$$B_e \approx \mu_0 \frac{Ni}{e} \quad \left\{ \begin{array}{l} Ni = 2000 \text{ A.T.} \\ e = 2 \text{ mm} \end{array} \right. \Rightarrow B = 1,26 \text{ T}$$

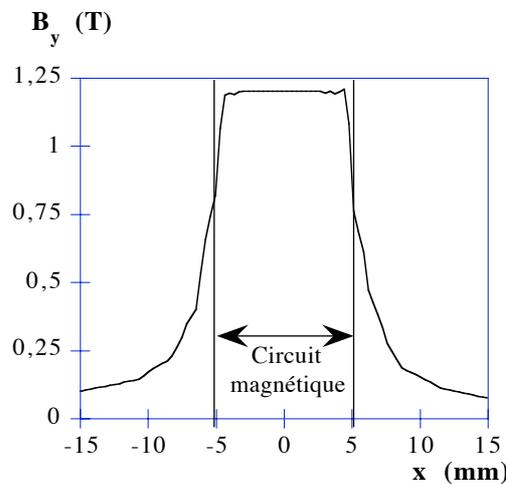


Figure 5.6 : induction magnétique dans l'entrefer obtenu avec le logiciel FLUX2D.

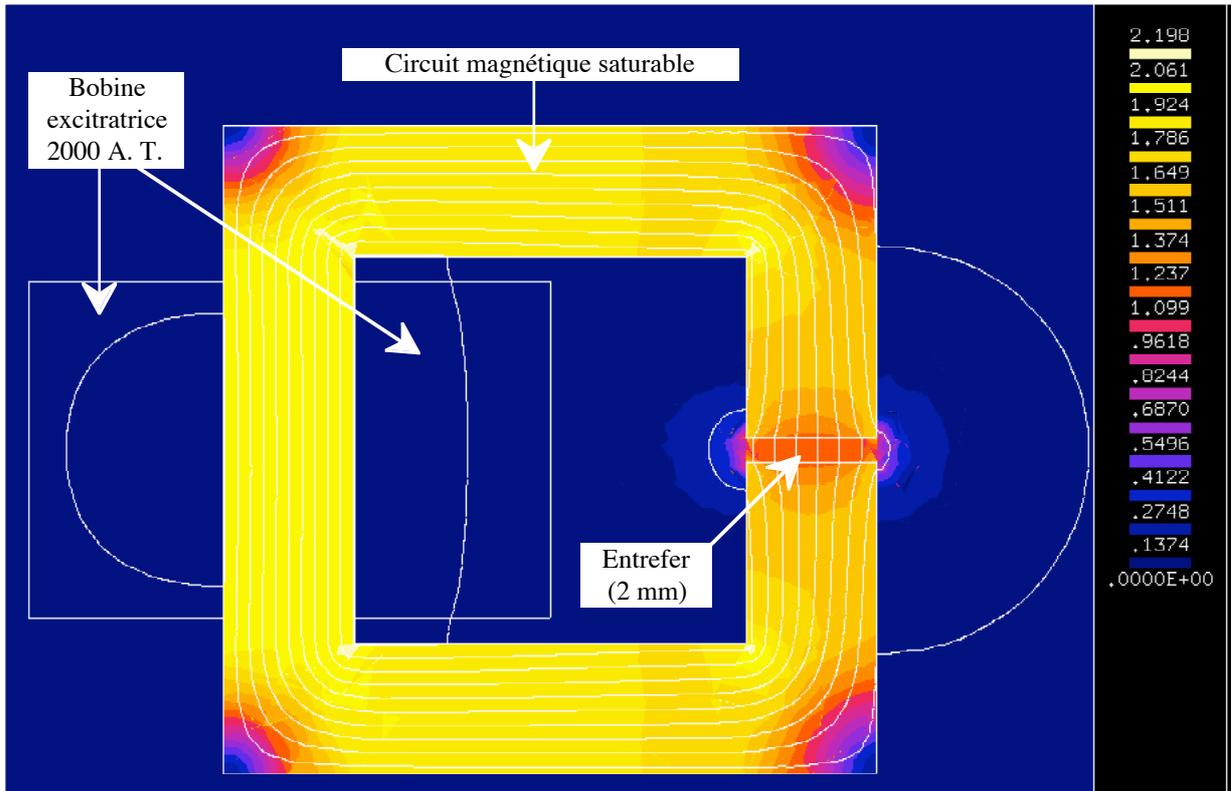


Figure 5.7 : dégradé d'induction magnétique et équipotentielles obtenus avec le logiciel FLUX2D.

5.4 Inductances

5.4.1 Inductances propre et mutuelle

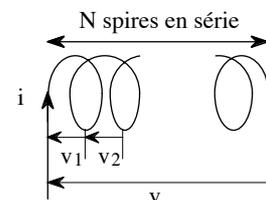
5.4.1.1 Inductance propre

Considérons une bobine avec N spires en série

$$\text{Loi de Lenz : } e = \frac{d\phi}{dt} = \sum_{i=1}^{i=N} e_i = N \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\phi = \sum_{i=1}^{i=N} \varphi_i \quad : \text{ flux total à travers la bobine ; } \varphi_i : \text{ flux à travers la spire } i.$$

$$\phi = N \varphi \quad \varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} \varphi_i \quad : \text{ flux moyen à travers chacune des } N \text{ spires.}$$



5.4.1.1.1. Cas linéaire (amagnétique ou non saturé)

$$\phi = L i \quad L : \text{ inductance propre de la bobine (} i : \text{ courant dans la bobine)}$$

$$L = \frac{\phi}{i} = N \frac{\varphi}{i} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \quad (\mathfrak{R} : \text{ réluctance}) \quad W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \iiint_{\text{esp}} B H \, d\tau : \text{ énergie magnétique totale}$$

5.4.1.1.2. Cas non linéaire (saturation par exemple)

$$\phi \neq k i$$

Il n'est plus possible de définir d'inductance propre précisément.

$$e = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt}$$

$$L_1 = \frac{d\phi}{di} : \text{inductance locale}$$

L_1 dépend du point de fonctionnement, c'est une définition ponctuelle.

L'inductance peut-être définie à partir de l'énergie magnétique, elle est notée L_g , c'est une grandeur globale.

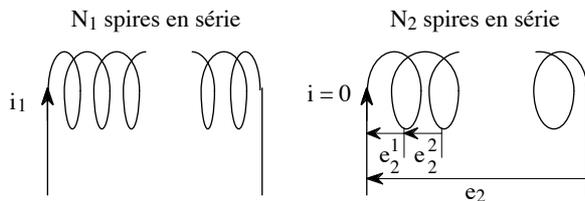
$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L_g i^2 = \frac{1}{2} \iiint_{\text{esp}} B H d\tau$$

$$L_g = 2 \frac{W_{\text{mag}}}{i^2} : \text{inductance globale}$$

$$L_g \neq L_1 \quad \text{sauf dans le cas linéaire}$$

Il est donc important de bien définir au préalable la grandeur utilisée.

5.4.1.2 Inductance mutuelle

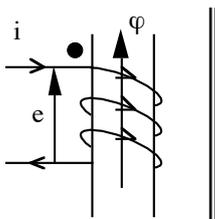


$$e_2 = \frac{d\phi_{21}^1}{dt} + \frac{d\phi_{21}^2}{dt} + \dots = N_2 \frac{d\phi_{21}}{dt}$$

ϕ_{21} : flux moyen par spire créé par 1 à travers 2

Cas linéaire : $\phi_{21} = \pm \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}_{12}}$; $N_2 \phi_{21} = \pm M_{12} i_1$; $M_{12} = \pm \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}_{12}}$: mutuelle algébrique

5.4.1.3 Règle des signes pour les inductances propres et mutuelles



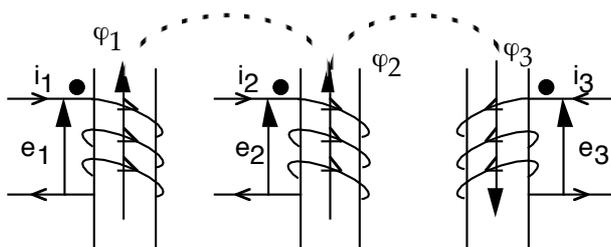
- Choix d'une borne d'entrée du courant (point).

- Orientation du flux (tire bouchon de Maxwell).

- $e = N \frac{d\phi}{dt}$ e et i en sens inverse ; N : nombre de spires en série, e et i orientés vers le point

Inductance propre L : $e = L \frac{di}{dt}$; $L > 0$

Plusieurs enroulements, inductances mutuelles.



- Choix d'une borne d'entrée du courant sur chaque bobine.

- Orientation du flux pour chaque bobine.

- f.e.m. et courant en sens inverse.

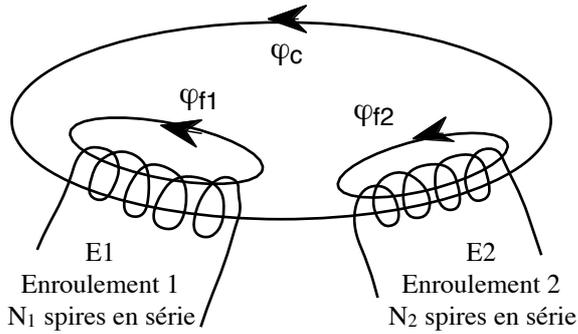
Inductances mutuelles M_{ij} : $M_{ij} > 0$ si les flux ϕ_i et ϕ_j sont dans le même sens.

$M_{ij} < 0$ si les flux φ_i et φ_j sont dans des sens opposés.

$$\begin{cases} e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} + M_{13} \frac{di_3}{dt} \\ e_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{21} \frac{di_1}{dt} + M_{23} \frac{di_3}{dt} \\ \dots \end{cases} \quad \begin{array}{l} M_{12} < 0, M_{13} > 0, M_{23} > 0 \\ \text{(cf. figure)} \end{array}$$

5.4.2 Inductances principales et inductance de fuite (cas linéaire)

◆ Fuites magnétiques entre enroulements



φ_c : flux commun à E1 et E2
 $\varphi_1 = \varphi_c + \varphi_{f1}$: flux propre à E1
 $\varphi_2 = \pm \varphi_c + \varphi_{f2}$: flux propre à E2
 φ_{f1} : flux de fuite de E1 par rapport à E2
 φ_{f2} : flux de fuite de E2 par rapport à E1

Ces flux sont des flux par spire.

Figure 5.8 : représentation schématique des fuites magnétiques entre deux enroulements.

La notion de fuite magnétique est une notion relative : les fuites sont définies par rapport à quelque chose, par exemple par rapport à un autre bobinage. φ_{f1} dépend de la position de la bobine 2, ce n'est pas une grandeur intrinsèque.

$\phi_1 = N_1 \varphi_1 = N_1 \varphi_c + N_1 \varphi_{f1}$: flux total à travers l'enroulement 1, c'est une grandeur intrinsèque à l'enroulement, elle ne dépend pas de la position de l'enroulement 2.

- $i_1, i_2 = 0$

$$e_2 = N_2 \frac{d\varphi_c}{dt} = M_{12} \frac{di_1}{dt} \quad N_2 \varphi_c = M_{12} i_1 \quad M_{12} : \text{inductance mutuelle}$$

$$L_1 = \frac{\phi_1}{i_1} = \frac{N_1 |\varphi_c|}{i_1} + \frac{N_1 \varphi_{f1}}{i_1} \quad N_1 \varphi_{f1} = l_{12} i_1 \quad l_{12} : \text{inductance de fuite de E1 par rapport à E2.}$$

$$\text{D'où : } \boxed{L_1 = \frac{N_1}{N_2} |M_{12}| + l_{12} = L_1^p + l_{12}} \quad L_1^p = \frac{N_1}{N_2} |M_{12}| : \text{inductance principale 1}$$

De la même façon nous pourrions définir ($i_1 = 0, i_2$) :

$$\boxed{L_2 = \frac{N_2}{N_1} |M_{21}| + l_{21} = L_2^p + l_{21}} \quad L_2^p = \frac{N_2}{N_1} |M_{21}| : \text{inductance principale 2}$$

l_{21} : inductance de fuite de 1 par rapport à 2.

Par symétrie : $M_{12} = M_{21}$

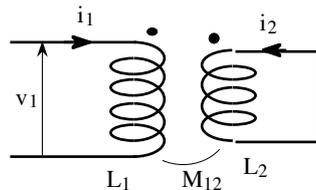
$$|M_{12}| = \frac{N_2}{N_1} (L_1 - l_{12}) = \frac{N_1}{N_2} (L_2 - l_{21}) \quad \boxed{M_{12}^2 = (L_1 - l_{12})(L_2 - l_{21})}$$

5.4.2.1 Coefficients de couplage et de dispersion

Le coefficient de couplage (k) et celui de dispersion (σ) sont définis par :

$$M_{12}^2 = k^2 L_1 L_2 \quad (k^2 \leq 1) \quad \sigma = 1 - k^2 \quad \sigma = 1 - \frac{M_{12}^2}{L_1 L_2} \approx \frac{l_{12}}{L_1} + \frac{l_{21}}{L_2} \quad (\text{au premier ordre})$$

5.4.2.2 Inductance de fuite totale (figure 5.9)



Les résistances des enroulements sont négligées.

Figure 5.9 : inductance de fuite totale.

Equations électriques en notations complexes :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = j \omega L_1 \bar{I}_1 + j \omega M_{12} \bar{I}_2 \\ 0 = j \omega L_2 \bar{I}_2 + j \omega M_{21} \bar{I}_1 \end{cases} \Rightarrow \bar{V}_1 = j \omega \sigma L_1 \bar{I}_1$$

$\sigma L_1 = L_1 (1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}) = N_{12}$: inductance de fuite totale de la bobine 1 en présence de la bobine 2.

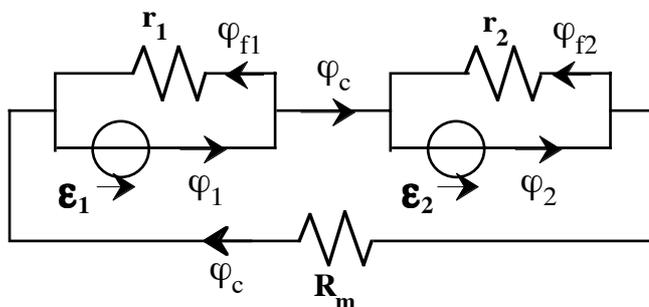
$$\sigma L_1 = l_{12} + \frac{L_1}{L_2} l_{21} + l_{12} \frac{l_{21}}{L_2} \approx l_{12} + \frac{L_1}{L_2} l_{21} \quad (\text{au premier ordre})$$

Si $l_{21} = 0$ (l'enroulement 2 n'a pas de "fuites") $\Rightarrow N_{12} = l_{12}$

N_{12} correspond à l'inductance de fuite de la bobine 1 en considérant que la bobine 2 n'a pas de fuites par rapport à la bobine 1, d'où son appellation de fuite totale. De même : $N_{21} = \sigma L_2$

5.4.2.3 Exemple

La figure 5.8 peut être représentée par un réseau de réductance et de f.m.m. (figure 5.10).



$$(\varepsilon_1 = N_1 i_1 ; \varepsilon_2 = N_2 i_2)$$

Figure 5.10 : représentation de la figure 5.4 avec des réductances et des f.m.m.

Calcul de l'inductance propre de l'enroulement 1 : $\begin{cases} i_1 = I (\varepsilon_1 = N_1 I) \\ i_2 = 0 (\varepsilon_2 = 0) \end{cases} \quad L_1 = \frac{N_1 \varphi_1}{I}$

$$L_1 = \frac{N_1^2}{r_1 / R_m} = N_1^2 \frac{r_1 + R_m}{r_1 R_m}$$

Calcul de l'inductance mutuelle entre les enroulements 1 et 2 : $\begin{cases} i_1 = I (\varepsilon_1 = N_1 I) \\ i_2 = 0 (\varepsilon_2 = 0) \end{cases}$

$$|M_{12}| = \frac{N_2 \varphi_2}{I}$$

$$|M_{12}| = \frac{N_1 N_2}{R_m}$$

φ_2 : flux créé par l'enroulement 1 à travers l'enroulement 2

5.5 Force magnétique

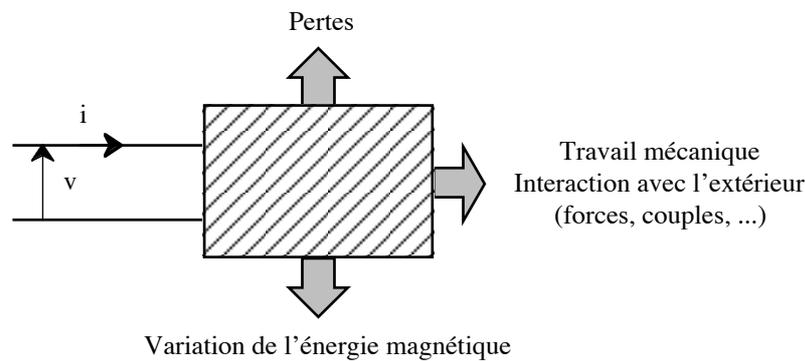


Figure 5.11 : échanges d'énergie dans un système électromécanique.

Bilan énergétique : $W_e = W_{\text{pertes}} + \Delta W_{\text{magnétique}} + W_{\text{mécanique}}$

$$dW_e = v i dt = R i^2 dt + i d\phi = \text{Pertes } dt + dW_{\text{magnétique}} + dW_{\text{mécanique}}$$

Variation de l'énergie mécanique : $\begin{cases} dW_{\text{mécanique}} = F dx \text{ (translation ; } F : \text{ force ; } x : \text{ déplacement)} \\ dW_{\text{mécanique}} = \Gamma d\theta \text{ (rotation ; } \Gamma : \text{ couple ; } \theta : \text{ angle)} \end{cases}$

Energie magnétique : $W_{\text{magnétique}} = \int_0^\phi i d\phi$

$$dW_{\text{mécanique}} = i d\phi - dW_{\text{magnétique}}$$

Cas linéaire : $\phi = L i$; $W_{\text{magnétique}} = \frac{1}{2} L i^2$; $dW_{\text{mécanique}} = \frac{1}{2} i^2 dL$

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \quad , \quad \Gamma = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$

$$\varphi = \frac{\phi}{N} = \frac{N i}{\mathfrak{R}} \quad ; \quad W_{\text{magnétique}} = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \varphi^2 \quad \left| \quad F = \frac{1}{2} \varphi^2 \frac{d\mathfrak{R}}{dx} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} F &= - \left. \frac{\partial W_{\text{magnétique}}}{\partial x} \right)_{\phi = \text{constante}} \\ \Gamma &= - \left. \frac{\partial W_{\text{magnétique}}}{\partial \theta} \right)_{\phi = \text{constante}} \end{aligned} \right\} \text{ Ces expressions, démontrées en linéaire, restent valables en non-linéaire.}$$

Dans le cas d'un circuit magnétique (électroaimant par exemple), si celui-ci est non saturé (μ_r très élevée), l'expression de la force devient :

$$W_{\text{magnétique}} = \frac{1}{2} \iiint_{\text{volume}} B H \, dx \, dy \, dz \approx \frac{B_{\text{entrefer}}^2}{2 \mu_0} v_{\text{entrefer}} \quad \Rightarrow \quad F = \frac{B_{\text{entrefer}}^2}{2 \mu_0} S_{\text{entrefer}}$$

$\frac{B_{\text{entrefer}}^2}{2 \mu_0}$ représente la pression magnétique à la surface de l'entrefer.

$$- B = 1 \text{ T} \quad p_{\text{mag.}} \approx 0,4 \text{ MPa} \approx 4 \text{ Bars} = 40 \text{ N/cm}^2$$

$$- B = 2 \text{ T} \quad p_{\text{mag.}} \approx 1,6 \text{ MPa} \approx 16 \text{ Bars} = 160 \text{ N/cm}^2$$

5.6 Circuit avec un aimant permanent - exemple

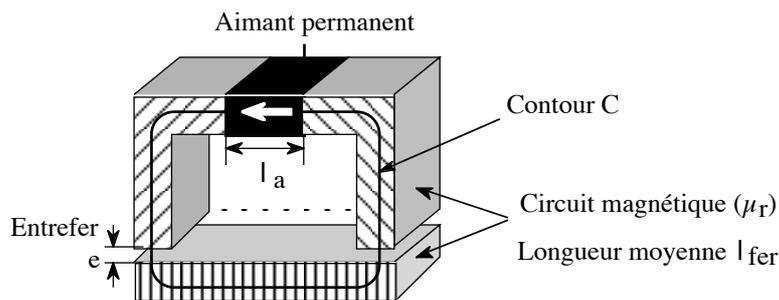


Figure 5.12 : exemple didactique de circuit magnétique avec un aimant permanent.

◆ théorème d'Ampère le long de C : $H_{\text{fer}} l_{\text{fer}} + H_a l_a + 2 H_e e = 0$ (Pas d'ampères-tours)

◆ flux conservatif : $B_{\text{fer}} S_{\text{fer}} \approx B_a S_a \approx B_e S_e$ (dispersion négligée)

◆ Relations matériaux :

- $B_e = \mu_0 H_e$
- $B_{\text{fer}} = \mu_0 \mu_r H_{\text{fer}}$
- $B_a = \mu_0 H_a + J_r$ (Aimant idéal, parfait)

On en déduit l'induction magnétique dans l'entrefer : $B_e = \frac{J_r}{2 \frac{e}{l_a} + \frac{S_e}{S_a} + \frac{1}{\mu_r} \frac{l_{\text{fer}}}{l_a} \frac{S_e}{S_{\text{fer}}}} \approx \frac{J_r}{2 \frac{e}{l_a} + \frac{S_e}{S_a}}$ (μ_r grand)

Champ magnétique de l'aimant : $H_a \approx -2 \frac{e}{l_a} H_e$ (μ_r grand)

C'est un champ démagnétisant d'autant plus important que l'entrefer est grand, d'où l'intérêt de "court-circuiter" au repos les aimants dont le champ coercitif est peu élevé, Alnico notamment.

$$|H_a B_a| \approx \frac{2 e B_e^2 S_e}{l_a \mu S_a} \Rightarrow \boxed{\vartheta_{\text{aimant}} = S_a l_a = \frac{B_e^2 \vartheta_{\text{entrefer}}}{\mu_o} \frac{1}{|B_a H_a|}}$$

Le volume d'aimant est minimum lorsque le produit $B_a H_a$ est maximum : critère d'Evershed.

Aimants permanents et taille

Les aimants permanents sont d'autant plus intéressants que les dimensions sont petites. Pour illustrer cela comparons l'induction créée par un aimant permanent cylindrique (polarisation rémanente J_r , diamètre : D , hauteur : h) et celle créée par un cylindre parcouru entièrement par une densité de courant uniforme.

L'induction à la surface d'un aimant permanent cylindrique parfait est donnée par :

$$B_{A.P.} = J_r \frac{h}{\sqrt{4 h^2 + D^2}}$$

L'induction à la surface d'un cylindre parcouru par une densité de courant uniforme s'exprime par :

$$B_{\text{Cou}} = \mu_o \frac{J h}{2} \operatorname{argsh} \frac{D}{2 h}$$

Dans l'hypothèse où la hauteur égale le diamètre ($D = h$) ces deux expressions deviennent :

$$B_{A.P.} = \frac{J_r}{\sqrt{5}} \quad ; \quad B_{\text{Cou}} = \mu_o \frac{J h}{2} \operatorname{argsh}(1) \approx 0,44 \mu_o J h$$

La relation entre la densité de courant et la polarisation magnétique de l'aimant pour une même induction créée à la surface est donnée par :

$$J = \frac{J_r}{0,44 \sqrt{5} \mu_o h}$$

Le tableau 5.2 donne la densité de courant nécessaire pour créer la même induction qu'un aimant permanent de polarisation magnétique de 1 T.

Hauteur (diamètre)	Densité de courant (A/mm ²)
10 μm	97 100
1 mm	970
10 mm	97
200 mm	4,85
1 m	0,97

Tableau 5.2 : densité de courant d'un cylindre créant la même induction qu'un aimant cylindrique

Le tableau 5.2 montre qu'un aimant permanent est plus efficace pour créer une induction magnétique qu'un électroaimant aux petites dimensions. Dans le cas considéré, la taille critique est d'environ 200 mm.

5.7 "Fuites magnétiques" dans les circuits magnétiques

Dans le cas d'un circuit magnétique, les "fuites" se rapportent aux lignes d'inductions créées par la source (bobine ou aimant permanent) qui ne se referment pas par l'entrefer, la zone utile. La meilleure façon de tenir compte précisément de ces "fuites" est d'utiliser un logiciel d'électromagnétisme, de plus en plus employé. Dans les calculs

analytiques, il est possible d'introduire des coefficients correcteurs déterminés par l'expérience du concepteur ou par divers abaques. Cependant, la prise en compte des fuites dépend beaucoup du type de circuit magnétique, notamment si il comprend des enroulements d'excitation ou des aimants permanents.

◆ *Circuits magnétiques avec bobines.*

Dans ce cas les "fuites" n'ont pas un effet prépondérant et elles peuvent être négligées sans erreur importante. En effet les bobines sont des sources de force magnétomotrice et les circuits magnétiques, dès lors qu'ils ne sont pas saturés, se comportent en première approximation comme des équipotentielles magnétiques. La figure 5.13 est une représentation avec des réluctances du circuit de la figure 5.5. Cette représentation montre que le flux dans l'entrefer est indépendant des "fuites" tant que les réluctances des parties magnétiques sont négligées. Ce point est confirmé par le calcul par éléments finis qui donne une valeur % plus faible (figure 5.6) que celle calculée analytiquement en négligeant les fuites.

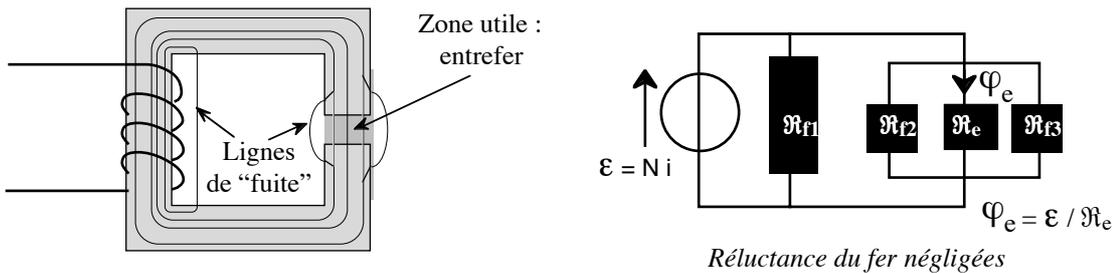


Figure 5.13 : "fuites" dans un circuit magnétique avec bobine, représentation par réluctances.

◆ *Circuits magnétiques avec aimants permanents.*

Dans ce cas les "fuites" ont un effet important et elles ne peuvent pas être négligées sans erreur importante. En effet les aimants permanents sont davantage des sources de flux que des sources de force magnétomotrice à cause de la forte réluctance "interne" \mathfrak{R}_a . La figure 5.14 est une représentation avec des réluctances du circuit de la figure 5.5 ou la bobine est remplacée par un aimant permanent. Cette représentation montre que, contrairement au cas précédent, les fuites influencent directement le flux dans l'entrefer. Ce point est confirmé par le calcul par éléments finis qui donne une valeur bien plus faible que celle calculée analytiquement en négligeant les fuites. C'est pourquoi il est important de placer les aimants permanents le plus près possible de la zone utile pour réduire les fuites magnétiques.

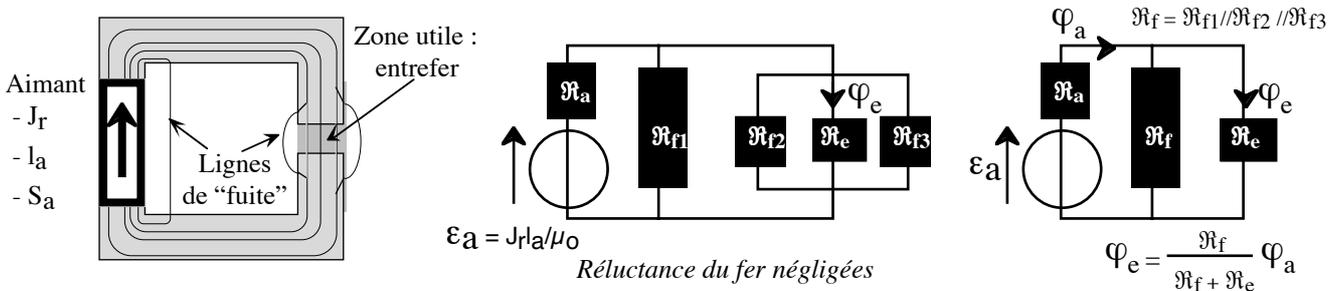


Figure 5.14 : "fuites" dans un circuit magnétique avec aimant permanent, représentation par réluctances.

Pour tenir compte de ces fuites dans les circuits avec des aimants permanents, deux coefficients sont introduits. Ils permettent d'obtenir de bonnes précisions. Le coefficient de fuite, σ , est le rapport du flux total fournit par l'aimant permanent sur le flux utile ($\sigma = \varphi_a / \varphi_u$; $\sigma > 1$). Le coefficient de pertes de force magnétomotrice, r_m , permet de tenir compte des divers entrefers (empilement des tôles notamment) et du trajet dans le fer ($r_m > 1$).

$$\begin{cases} \varphi_a = \sigma \varphi_u \\ H_a l_a + H_e r_m e = 0 \end{cases}$$

$$B_e = \frac{J_r}{\frac{r_m e}{l_a} + \sigma \frac{S_e}{S_a}}$$

5.8 Utilisation d'un logiciel d'électromagnétisme : FLUX2D

Le développement de l'informatique a fait que les logiciels d'électromagnétisme sont de plus en plus courants. Ils permettent non seulement d'obtenir rapidement des résultats très précis mais surtout ils permettent d'étudier un grand nombre de structure en fonction des objectifs recherchés. Les produits sont par conséquent développés beaucoup plus rapidement qu'avant et ils sont nettement mieux optimisés.

Cependant ils ne prennent en compte que les phénomènes modélisés dans le logiciel. Tout l'électromagnétisme n'est pas encore modélisé et il reste encore de nombreux champs d'investigation et de recherches. Les pertes fer, l'hystérésis sont des exemples.

FLUX2D est un logiciel de CAO (Conception assistée par Ordinateur) développé initialement par le LEG (Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble) puis en collaboration avec la société CEDRAT qui le commercialise. Il est basé sur la méthode des éléments finis. Les dispositifs électrotechniques sont son domaine principal d'application. Il ne se limite pas à l'électromagnétisme (équations de Maxwell) et il peut résoudre des problèmes thermiques en régime permanent ou transitoire couplé ou non à des problèmes électriques ou magnétiques. Il contient un certain nombre de modèles courants de matériaux et l'utilisateur peut construire un modèle particulier (programmes utilisateurs).

FLUX2D comme son nom l'indique est un logiciel "deux dimensions", c'est à dire qu'il résout des problèmes plans ou de symétrie de révolution. Si le problème ne peut pas se ramener à une géométrie bidimensionnelle, il existe un autre logiciel "FLUX3D" qui permet de le résoudre.

La méthode des éléments finis consiste à discrétiser le domaine d'étude en petits éléments (triangles, carrés en 2D), les éléments finis, et de résoudre les équations aux noeuds des éléments. Ces éléments sont appelés des mailles et le domaine d'étude est par conséquent "maillé". Le maillage, en grande partie automatique, doit être adapté à la géométrie, à l'objectif et à la précision recherchée. Les grandeurs obtenues (champs, inductions, températures, ...) peuvent être alors calculées en tout point du domaine par des fonctions d'interpolation à partir des valeurs aux différents noeuds. Le domaine d'étude est décrit en définissant ses différentes composantes, appelées les régions, auxquelles des propriétés physiques sont affectées.

6. - TRANSFORMATEUR

6.1 Le transformateur

Le transformateur fut inventé par Lucien Gaulard en 1882 sous le nom de "générateur secondaire". Le vocabulaire Electrotechnique international le définit comme :

"Le transformateur est un appareil statique à induction électromagnétique destiné à transformer un système de courants variables en un ou plusieurs systèmes de courants variables, d'intensité et de tension généralement différentes, mais de même fréquence."

6.1.1 Intérêt d'augmenter la tension

$$\diamond \text{ Pertes en ligne : } \text{pertes} = 3 R I^2 = 3 \rho \frac{1}{S} I^2 = \rho j \frac{P}{V \cos\varphi} l$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho : \text{résistivité du câble} \\ j : \text{densité de courant} \\ l : \text{longueur de la ligne} \end{array} \right.$$

$$\diamond \text{ Chute de tension en ligne : } \frac{\Delta V}{V} = R_{\text{ligne}} \frac{P}{3 V^2} + X_{\text{ligne}} \frac{Q}{3 V^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P : \text{puissance active transportée} \\ Q : \text{puissance réactive transportée} \\ R_{\text{ligne}} : \text{résistance de la ligne} \\ X_{\text{ligne}} : \text{réactance de la ligne} \end{array} \right.$$

On a donc tout intérêt pour réduire les pertes et la chute de tension à augmenter la tension et à diminuer le transit de puissance réactive. C'est en effet la puissance réactive qui est le principal responsable de la chute de tension puisque X_{ligne} est beaucoup plus élevée que R_{ligne} . Par ailleurs une tension élevée est indispensable pour le transport de fortes puissances sur de longues distances (figure 6.1 et tableau 6.1).

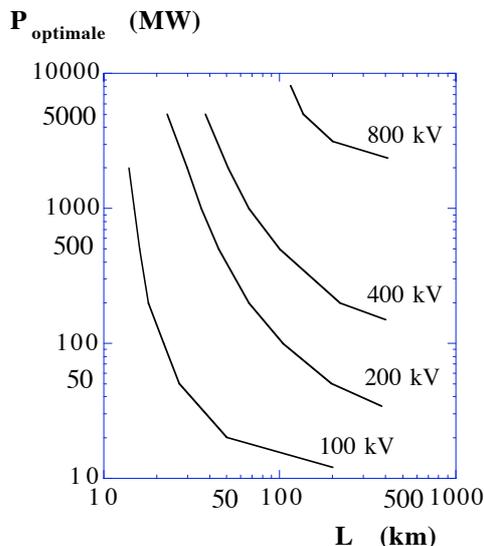


Figure 6.1

Tension	Puissance maximale	Distance maximale
63 kV	20 MW	50 km
225 kV	200 MW	200 km
400 kV	700 MW	400 km
	1200 MW	100 km
750 kV	2500 MW	200 km
	1000 MW	600 km

Tableau 6.1

Puissance transmissible par une ligne en fonction de la distance et du niveau de tension (valeurs optimales (figure 6.1) et valeurs maximales (tableau 6.1), données EDF)

Il est donc avantageux d'élever la tension :

- réduction des pertes Joule en ligne
- chutes de tensions en ligne plus faibles
- diminution de la section des conducteurs
- augmentation de la puissance transmissible
- augmentation de la distance de transport

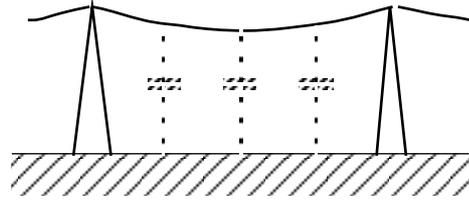
6.1.2 Limitations en tension

◆ Capacité répartie

Capacité répartie entre la ligne et la terre : $I_c \approx c \omega V$

Capacité linéique :

$$c = \frac{2 \pi \epsilon_0}{\log \frac{h}{\varnothing}} \quad \left\{ \begin{array}{l} h : \text{hauteur} \\ \varnothing : \text{diamètre du câble} \end{array} \right.$$



◆ distances d'isolation (tableau 6.2)

Tension (kV)	90	220	400	750
Distance conducteur - sol	12	15	16	18-24
Distance phase - phase	2	6	10	13,5

Tableau 6.2 : distances (m) pour des lignes aériennes.

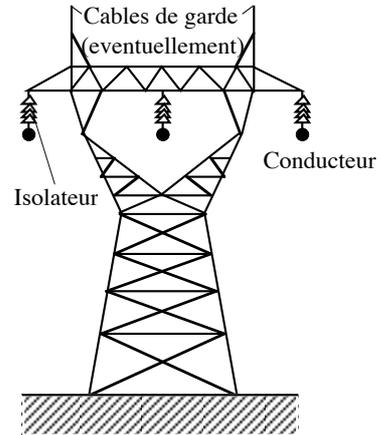


Figure 6.2 : pylône typique.

◆ pertes diélectriques a.c. (effet couronne, tableau 6.3)

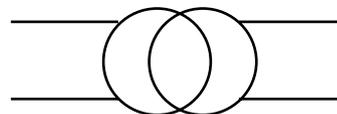
Tension (kV)	Pertes <i>faible pluie</i>	Pertes <i>forte pluie</i>
90	0,2	1
220	3	20
400	8	50
750	50	240

Tableau 6.3 : pertes diélectriques a.c. (kW/km) en fonction de la tension et du temps.

6.1.3 Conclusion, intérêt des transformateurs

Le transformateur a permis le développement des réseaux électriques alternatifs de transport sur de longues distances en modifiant et en adaptant très facilement avec un excellent rendement, les niveaux de tension. C'est un constituant essentiel des réseaux électriques. L'énergie électrique est "transformée" plusieurs fois (3 - 4) entre son lieu de production et celui d'utilisation. Les transformateurs participent par ailleurs au réglage de la tension au moyen de changeur de prise (modification du rapport de transformation) soit en charge, soit à vide.

Représentation d'un transformateur :



Production :

$$\begin{cases} 45\% \text{ en } 400 \text{ kV} \\ 40\% \text{ en } 225 \text{ kV} \\ 15\% \text{ en } 63/90 \text{ kV} \end{cases}$$
Livraison :

$$\begin{cases} 10\% \text{ en } 225 \text{ kV} \\ 20\% \text{ en } 63/90 \text{ kV} \\ 35\% \text{ en } 20 \text{ kV} \\ 35\% \text{ en } 380 \text{ V} \end{cases}$$

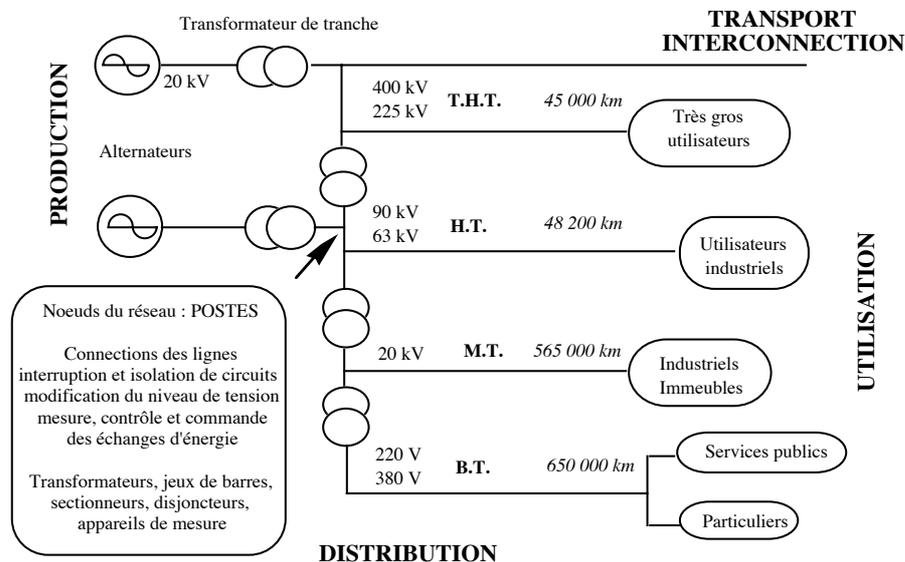


Figure 6.3 : les différents niveaux de tension (U.H.T. : > 400 kV (750 kV) pas en France).
En italique : longueur des circuits pour le niveau de tension correspondant.

Les niveaux THT, HT, MT sont encore des notations très utilisées même si les dénominations exactes sont :
 H.T.B. ($U_n > 50 \text{ kV}$), H.T.A. ($1 \text{ kV} < U_n < 50 \text{ kV}$), B.T.B. ($500 \text{ V} < U_n < 1 \text{ kV}$) et B.T.A. ($U_n < 500 \text{ V}$).

◆ Quelques éléments sur les lignes.

Tension nominale (kV)	Puissance transportée (MVA) (France)	Part du souterrain (France)	Impédance propre moyenne (Ω/km)	Impédance mutuelle moyenne (Ω/km)	Capacité propre moyenne (nF/km)
90	70 - 90	3 %	$0,17 + j 0,73$	$0,05 + j 0,35$	7,9
220	320 - 440	2 %	$0,11 + j 0,71$	$0,05 + j 0,31$	7,8
400	1800 - 2400	≈ 0	$0,10 + j 0,51$	$0,07 + j 0,19$	10
750			$0,09 + j 0,45$	$0,07 + j 0,16$	11

Tableau 6.4 : ordre de grandeur des impédances de lignes (*Câble souterrain* : $\bar{Z} = 0,08 + j 0,08 \Omega/\text{km}$; $C = 200 \text{ nF/km}$)

6.2 Principe de fonctionnement, transformateur monophasé parfait

6.2.1 Principe et relations

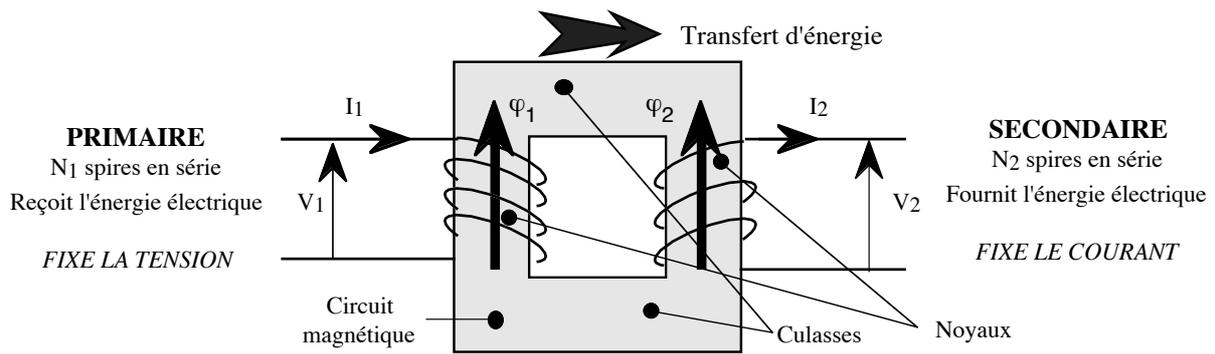


Figure 6.4 : schéma de principe du transformateur monophasé.

Transformateur parfait (idéal) :

- résistances nulles (pas d'effet Joule),
- primaire et secondaire parfaitement couplés,
- circuit magnétique idéal (μ_r infinie & Pertes fer nulles).

Avec ces hypothèses, les équations électriques (loi de Lenz) du transformateur sont :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{d\phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\phi_1}{dt} & (\text{convention } \underline{\text{récepteur}}) \\ v_2 = - \frac{d\phi_2}{dt} = - N_2 \frac{d\phi_2}{dt} & (\text{convention } \underline{\text{générateur}}) \end{cases}$$

$|\phi_1| = |\phi_2|$ (couplage parfait) ; $\phi_1 = - \phi_2$ (sens respectifs des enroulements de la figure 6.4)

D'où :

$$v_2 = \frac{N_2}{N_1} v_1$$

$$v_2 = k v_1$$

valable uniquement en alternatif
 k : rapport de transformation du transformateur ; $k = \frac{N_2}{N_1}$

Les équations électriques donnent les relations des tensions. Les relations qui lient les courants sont les équations magnétiques :

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = \int \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \left(\begin{cases} \text{perméabilité magnétique infinie relative} \\ \text{pertes fer nulles} \end{cases} \right) \quad \boxed{N_1 i_1 = N_2 i_2}$$

Le courant secondaire, non imposé, s'oppose forcément au courant primaire (loi de Lenz).

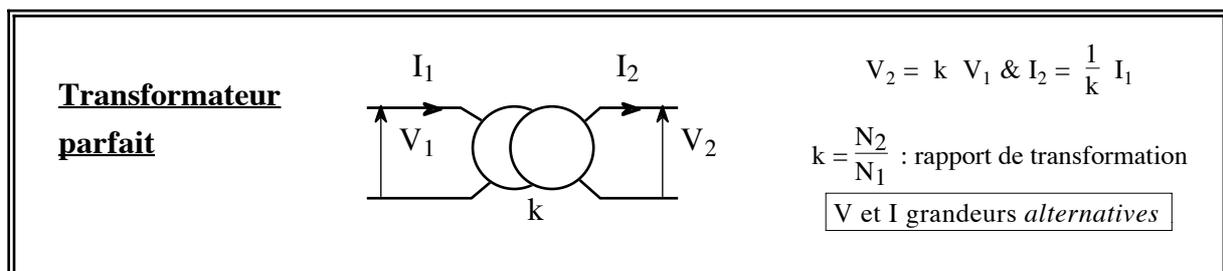


Figure 6.5 : représentation et relations d'un transformateur parfait.

6.2.2 Transformation des impédances (transformateur parfait)

6.2.2.1 Impédance secondaire

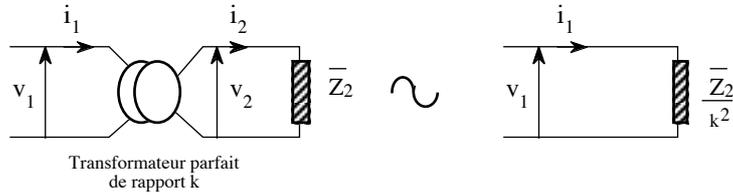


Figure 6.6 : impédance secondaire ramenée au primaire, schéma équivalent.

$\frac{\bar{Z}_2}{k^2}$: impédance secondaire ramenée au primaire.

6.2.2.2 Impédance primaire

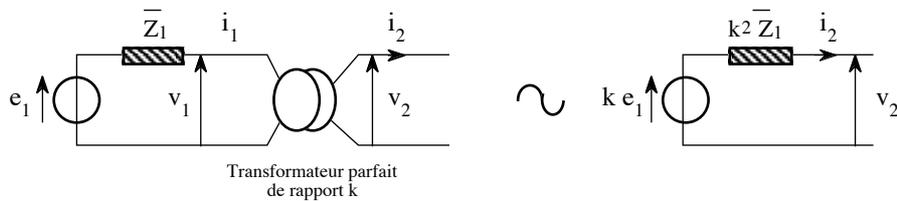


Figure 6.7 : circuit primaire ramené au secondaire, schéma équivalent.

$k^2 \bar{Z}_1$: impédance primaire ramenée au secondaire.

6.3 Transformateur réel - équations et schéma généraux

6.3.1 Mise en équations

Rappel des hypothèses d'un transformateur parfait :

- résistances nulles (pas d'effet Joule) (1)
- primaire et secondaire parfaitement couplés (2)
- circuit magnétique idéal : μ_r infinie (3) & Pertes fer nulles (4)

Pour tenir compte des pertes Joule (hypothèse (1)), il suffit de rajouter deux résistances sur le schéma électrique équivalent.

Concernant l'hypothèse (2), il faut tenir compte des flux de fuite (figure 6.8) dans un transformateur réel. En considérant le circuit magnétique linéaire sans pertes fer, un schéma équivalent peut être établi (figure 6.8), la réluctance \mathfrak{R} du circuit magnétique permet de tenir compte de la réluctance non infinie du circuit magnétique (hypothèse (3)).

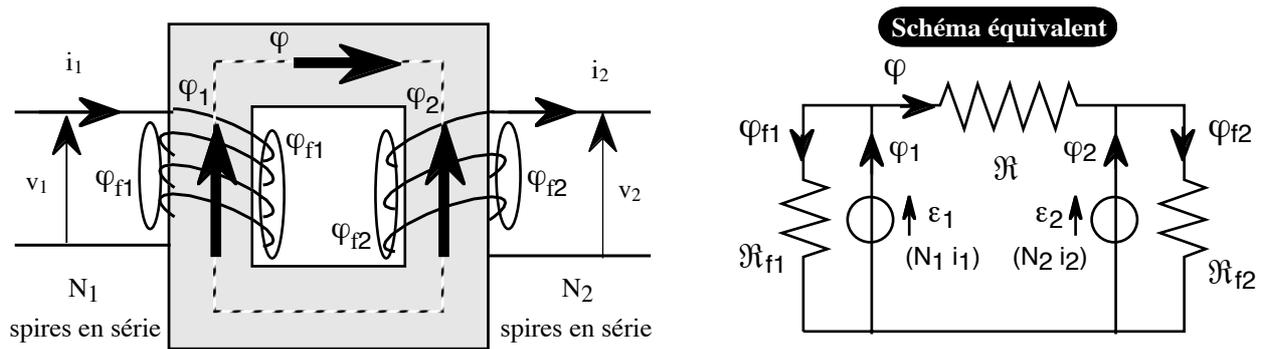


Figure 6.8 : transformateur, notations utilisées et schéma équivalent (cas linéaire) simplifié du circuit magnétique.

φ_1, φ_2 : flux (par spire) embrassés par les enroulements 1 et 2 ; φ : flux dans le circuit magnétique

$\varphi_{f1}, \varphi_{f2}$: flux "de fuite" des enroulements 1 et 2 (flux qui se referment hors de l'autre enroulement)

\mathfrak{R} : réluctance du circuit magnétique ; $\mathfrak{R}_{f1}, \mathfrak{R}_{f2}$: réluctances de fuite ; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$: forces magnétomotrices ; $\varepsilon_1 = N_1 I_1$; $\varepsilon_2 = N_2 I_2$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi + \varphi_{f1} \\ \varphi_2 = \pm \varphi + \varphi_{f2} \end{cases} \quad \pm \text{ dépend du sens de l'enroulement 2}$$

Les flux de fuite φ_{f1} et φ_{f2} ont un trajet surtout dans l'air, on peut donc définir sans ambiguïté des inductances de fuite l_1 et l_2 qui dépendent très peu du régime de fonctionnement, notamment de l'état magnétique du transformateur :

$$\begin{cases} N_1 i_1 = \mathfrak{R}_{f1} \varphi_{f1} & N_1 \varphi_{f1} = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{f1}} i_1 = l_1 i_1 \\ N_2 i_2 = \mathfrak{R}_{f2} \varphi_{f2} & N_2 \varphi_{f2} = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_{f2}} i_2 = l_2 i_2 \end{cases} \quad \left(l_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{f1}} , l_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_{f2}} \right)$$

Les expressions des flux du primaire et du secondaire sont donc :

$$(I) \begin{cases} N_1 \varphi_1 = N_1 \varphi + l_1 i_1 \\ N_2 \varphi_2 = \pm N_2 \varphi + l_2 i_2 \end{cases}$$

Loi d'Hopkinson : $\mathfrak{R} \varphi = N_1 i_1 - N_2 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1 - \frac{\mathfrak{R} \varphi}{N_2} = \frac{N_1}{N_2} \left(i_1 - \frac{\mathfrak{R} \varphi}{N_1} \right) = \frac{N_1}{N_2} \left(i_1 - \frac{N_1 \varphi}{L_m} \right)$

$L_m = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}}$: inductance magnétisante, c'est l'inductance du circuit magnétique ; elle est extrêmement élevée et très sensible à l'état magnétique du transformateur.

$\frac{N_1 \varphi}{L_m} = i_m$: courant "magnétisant", c'est le courant qui crée le champ dans le circuit magnétique, donc le flux magnétique φ ; il est très faible par rapport à la valeur assignée.

Dans ces conditions l'équation des courants devient :

$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m)$$

Les équations électriques : (II)

$$\begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\varphi_1}{dt} + R_1 i_1 & \text{(convention récepteur)} \\ v_2 = - N_2 \frac{d\varphi_2}{dt} - R_2 i_2 & \text{(convention générateur)} \end{cases}$$

En introduisant les expressions des flux (I) le système d'équations complètes électriques (II) et magnétique (courants) d'un transformateur réel devient alors :

$$(III) \quad \begin{cases} v_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt} + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\ v_2 = \pm N_2 \frac{d\varphi}{dt} - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \\ i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m) \quad (i_m = \frac{N_1 \varphi}{L_m}) \end{cases} \quad \begin{cases} v_1 = e_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 \\ v_2 = e_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} - R_2 i_2 \\ i_2 = \frac{N_1}{N_2} (i_1 - i_m) \quad e_1 = L_m \frac{di_m}{dt} \end{cases}$$

6.3.2 Schéma équivalent (figure 6.9)

Le schéma équivalent (figure 6.9) est simplement la traduction du système (III) des équations du transformateur.

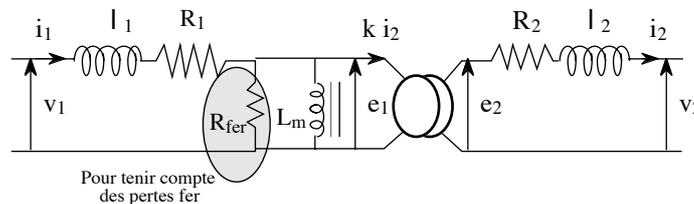


Figure 6.9 : schéma équivalent du transformateur.

6.3.3 Fonctionnement à vide ($i_2 = 0$)

$$i_1 = i_1^0 = i_m \quad (\text{courant magnétisant}) \quad v_1 = N_1 \frac{d\varphi^0}{dt} + l_1 \frac{di_1^0}{dt} + R_1 i_1^0$$

Le courant à vide d'un transformateur i_1^0 est très faible, il est de l'ordre de quelques % du courant assigné (inférieur au % pour des unités de très forte puissance). Dans ces conditions, les termes $l_1 \frac{di_1^0}{dt}$ et $R_1 i_1^0$ qui sont déjà des termes correctifs pour le fonctionnement nominal (quelques % de la tension) deviennent vraiment négligeables pour le fonctionnement à vide. Les équations électriques sont donc :

$$v_1 = N_1 \frac{d\varphi^0}{dt} \quad \& \quad v_2^0 = \pm k v_1$$

La première équation indique que le flux, donc l'induction magnétique, est directement reliée à la tension primaire. Celle-ci étant sinusoïdale, l'induction magnétique est par conséquent sinusoïdale dans un circuit magnétique.

$$B = \frac{V_1 \sqrt{2}}{N_1 S_{fer} \omega} \quad \star \quad \text{valeurs maximale et efficace}$$

Le courant magnétisant ou courant à vide est donné par le champ magnétique (théorème d'Ampère : $H \text{ longueur} \approx N_1 i_m$) qui s'obtient à partir de l'induction magnétique imposée par la courbe $B(H)$ du circuit magnétique. Si le circuit magnétique est linéaire, le courant magnétisant sera sinusoïdal. Par contre l'hystérésis et la saturation introduisent des non-linéarités qui se traduisent par une déformation du courant magnétisant. La figure 6.10 indique par exemple le courant magnétisant pour une courbe $B(H)$ avec saturation. La prise en compte du cycle (pertes fer) complique la construction du courant magnétisant mais ne modifie pas son allure.

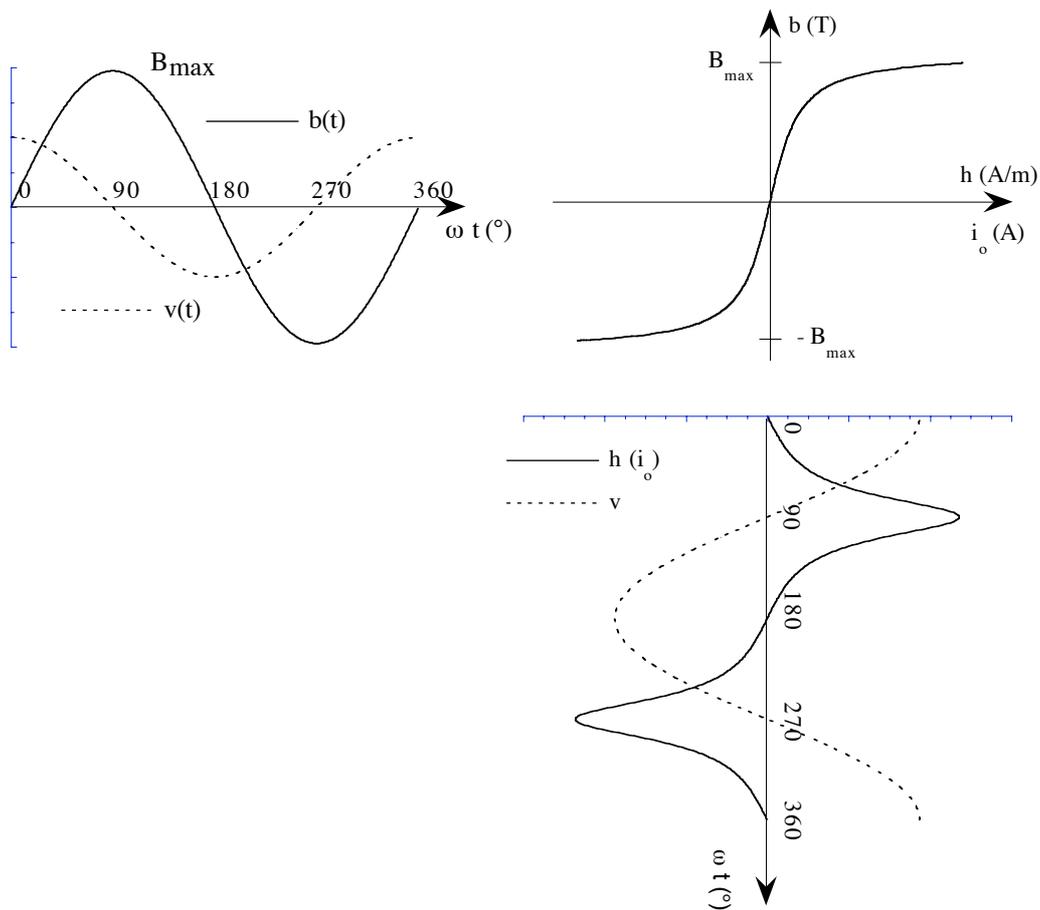


Figure 6.10 : détermination du courant à vide pour un circuit magnétique sans hystérésis.

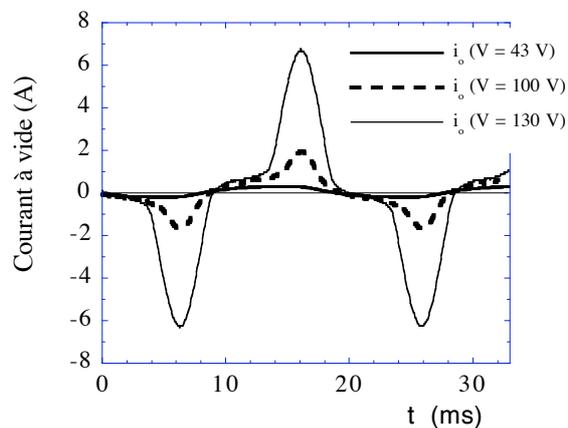


Figure 6.11 : courants à vide d'un transformateur pour différentes tensions ($V_n = 130$ V).

◆ Pertes à vide $P^0 = f \int_0^T v i_1^0 dt = R_1 I_1^0{}^2 + P_{\text{fer}} \approx P_{\text{fer}} \quad \left| \quad P^0 \approx P_{\text{fer}} \right.$

Remarque : dans un transformateur correctement construit, les chutes de tension $l_1 di_1/dt$ et $R_1 i_1$ sont faibles (ordre de grandeur : quelques %) devant la tension v_1 si bien qu'en première approximation :

$$v_1 \approx N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad \varphi \approx \varphi^o$$

Cette équation indique que **le flux principal φ d'un transformateur est imposé par la tension primaire et non pas par les courants**, φ est donc constant en amplitude pour V_1 donnée. Le flux dépend assez peu du fonctionnement.

6.4 Eléments très succincts de technologie

Deux types de circuit magnétique sont utilisés : à colonne ou cuirassé (figure 6.12). Ils sont constitués d'un empilement de tôles magnétiques (FeSi) de faible épaisseur (ordre de grandeur 0,35 mm) isolées entre elles. Les enroulements primaires et secondaires sont pratiquement toujours concentriques (figure 6.13) ou en galettes imbriquées (figure 6.14) pour réduire les inductances de fuite.

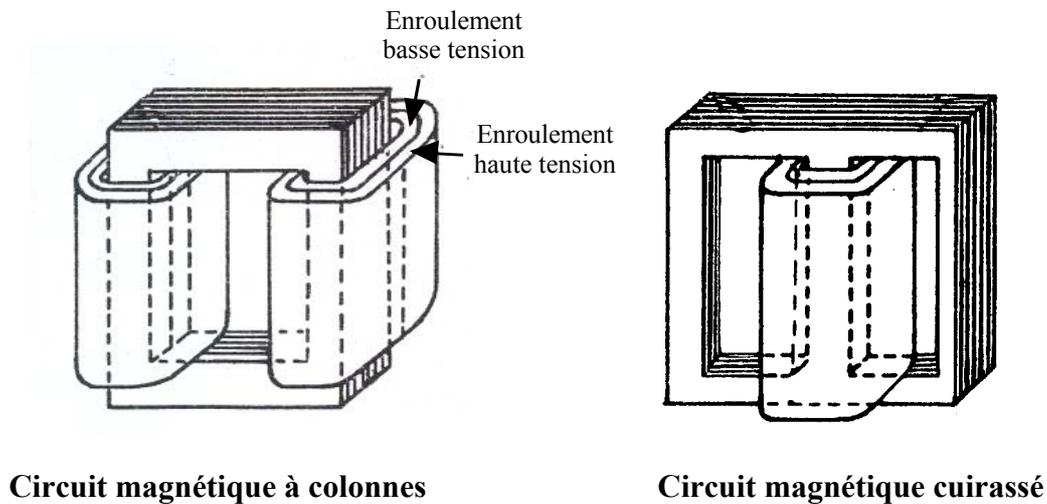


Figure 6.12 : coupes schématiques de transformateurs à enroulements concentriques.

L'enroulement haute tension peut être réduit en hauteur pour augmenter les distances d'isolation et améliorer la tenue diélectrique.

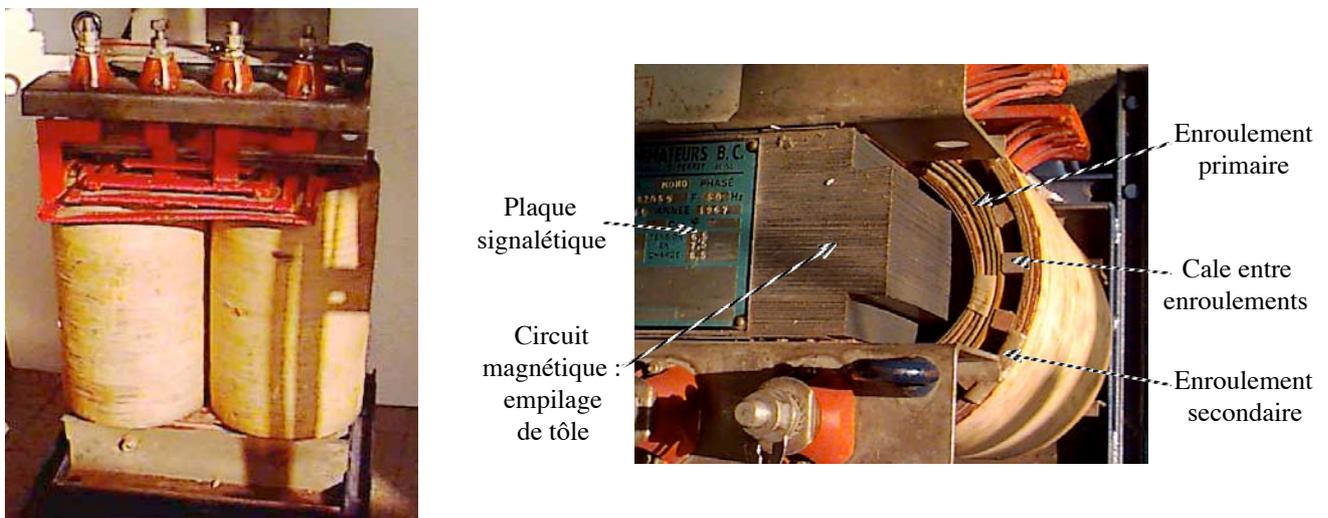


Figure 6.13 : photos d'un transformateur monophasé.

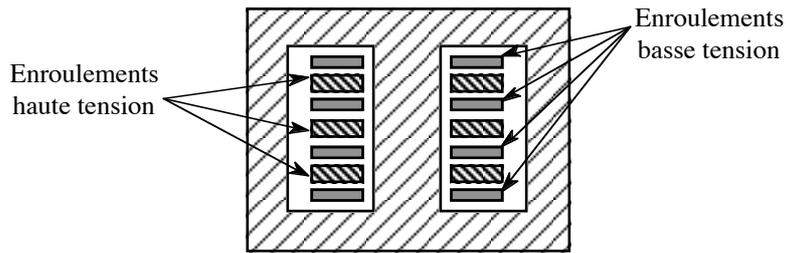


Figure 6.14 : coupe schématique d'un circuit magnétique "cuiressé" avec bobinage en galettes imbriquées.

Le mode refroidissement dépend entre autres du niveau de puissance. Pour des puissances modérées (kVA), le transformateur peut être refroidi par de l'air (transformateur de type sec) en convection naturelle ou forcée. Pour les fortes puissances, l'huile s'impose rapidement. Plus le système de refroidissement sera performant, plus grande sera la compacité de l'appareil. Ce point est particulièrement contraignant pour le transport des très grosses unités.

6.5 Chute de tension d'un transformateur réel

A vide ($i_2 = 0$), la tension secondaire est simplement la tension primaire multipliée par le rapport de transformation (cf. 6.3.3). En charge la tension secondaire dépend du courant débité pour un transformateur réel. Il est très important de connaître la chute de tension du transformateur en charge. Il est fondamental en effet de savoir si lorsque l'on branche un appareil sur une prise 230 V, cette tension se maintient ou au contraire s'écroule. Dans ce dernier cas l'appareil branché ne fonctionnera pas correctement si il est spécifié 230 V.

L'étude de la chute de tension d'un transformateur se fait avec l'hypothèse de Kapp : $N_1 i_1 = N_2 i_2$

L'hypothèse de Kapp revient donc à supposer le transformateur parfait en courant, c'est à dire à négliger le courant à vide ou magnétisant du transformateur. Cela revient à considérer que le circuit magnétique est parfait, μ_r infinie et pas de pertes fer, soit aussi $\mathfrak{R} = 0$ et $H_{fer} = 0$. Le courant à vide d'un transformateur est effectivement faible. Egal à quelques % (2-4 %) du courant nominal pour les unités de faible puissance, il est souvent inférieur au % du courant nominal pour les transformateurs de forte puissance (> 10 MVA).

6.5.1 Schéma équivalent, équations de fonctionnement

Le schéma équivalent complet (figure 6.9) devient alors en supprimant L_m et R_f et en ramenant le schéma au secondaire :

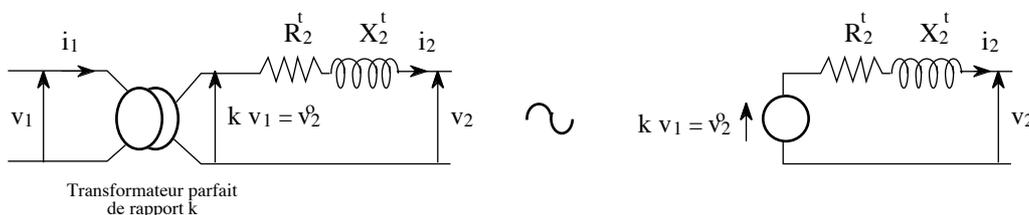


Figure 6.15 : schéma équivalent du transformateur avec l'hypothèse de Kapp, schéma usuel.

$$\bar{V}_2^0 - \bar{V}_2 = (R_2^t + j X_2^t) \bar{I}_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} R_2^t : \text{résistance ramenée au secondaire} \\ X_2^t : \text{réactance de fuite ramenée au secondaire} \end{array} \right.$$

6.5.2 Diagramme de Kapp

Le diagramme de Kapp est le diagramme de Fresnel du transformateur en charge (figure 6.16).

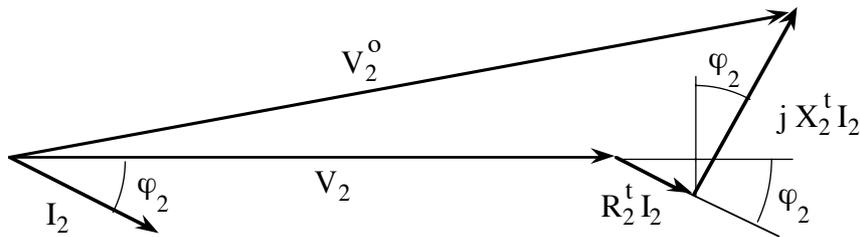


Figure 6.16 : diagramme de Kapp, le déphasage φ_2 est imposé par la charge.

$$\Delta V_2 = V_2^0 - V_2 \approx R_2^t I_2 \cos \varphi_2 + X_2^t I_2 \sin \varphi_2$$

$$\Delta V_2 \approx R_2^t \frac{P_2}{V_2} + X_2^t \frac{Q_2}{V_2}$$

6.5.3 Eléments du diagramme de Kapp à partir des essais

6.5.3.1 Plaque signalétique (figure 6.17)

Plaque signalétique : plaque apposée sur le transformateur qui regroupe plusieurs informations sur le transformateur : puissance assignée, tension primaire, tension secondaire à vide, puissance à vide, en court-circuit, courant à vide et tension de court-circuit, année de fabrication, numéro de série, normes, ... Les valeurs indiquées sont garanties par le constructeur.

En général les grandeurs courant à vide et tension de court-circuit sont données en %. Il s'agit de % des grandeurs nominales. Rappel : les grandeurs assignées (nominales) sont les grandeurs qui se rapportent au fonctionnement pour lequel le transformateur a été défini et dimensionné. Etant donné l'excellent rendement des transformateurs en général, on admet que les puissances assignées primaire et secondaire sont identiques.

$S_a = V_1^n I_1^n \approx V_2^n I_2^n$: la puissance assignée et les tensions donnent les courants assignés (nominaux).

A GECELEC Industrie 6 rue Cl. Genin 38100 Grenoble	TRANSFORMATEUR	
	N° 292256	Année 1992
Fréq. 50 Ph. 3		60 kVA
Coupl. Dyn11 U1	380	V L1 91 A
Serv. C Ucc 3,94 U2	220	V L2 152 A
Refroid. AN	Isol. cl. H	diel. _____
Masses : totale 260		diel. _____ kg
" à découper _____		kg
Normes : 0 52100		

Figure 6.17 : exemple de plaque signalétique d'un transformateur.

6.5.3.2 Essai à vide ($i_2 = 0$)

L'essai à vide doit être fait sous tension primaire nominale.

Nous avons déjà vu que : $k = \frac{V_2^0}{V_1}$ & $P_{fer} = P^0$ (Pertes Joule négligeables)

$I_1^0 = i_0 I_1^{nom} = i_0 \frac{S_a}{V_1^{nom}}$ (Rappel : i_0 qq. %, diminue quand taille transformateur augmente)

6.5.3.3 Essai en court-circuit ($V_2 = 0$)

L'essai en court-circuit est réalisé, sauf mention contraire, sous tension primaire réduite de telle sorte que le courant secondaire de court-circuit soit égal au courant secondaire nominal. La tension de court-circuit correspondante est exprimée en général en valeur réduite. La tension de référence est la tension nominale :

$$v_1^{cc} (\%) = 100 \times \frac{V_1^{cc}}{V_1^{nominal}}$$

$$R_2^t = \frac{P_{cc}}{I_2^{cc 2}} \quad \& \quad X_2^t = \sqrt{\left(\frac{k V_1^{cc}}{I_2^{cc}}\right)^2 - R_2^{t 2}}$$

v_1^{cc} varie entre 4 et 17 % suivant le transformateur et surtout son emplacement sur le réseau.

6.5.3 Exemple (fig. 6.19)

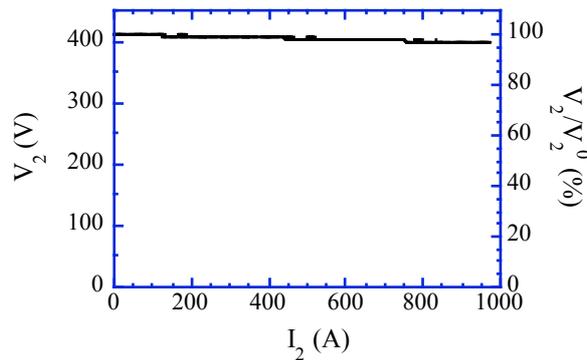


Figure 6.19 : tension secondaire (absolu et relative) d'un transformateur ($\cos\varphi_2 = 0,8$) en fonction du courant secondaire. (400 kVA ; $P_{cc} = 5\,000$ W ; $u_{cc} = 4\%$)

6.6 Rendement d'un transformateur

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos\varphi_2}{V_2 I_2 \cos\varphi_2 + R_2^t I_2^2 + P_{fer}}$$

Pour un produit $V_2 \cos\varphi_2$ donné, le rendement d'un transformateur est maximum lorsque les pertes Joule sont égales aux pertes fer (figure 6.19). La charge dite économique (I_2^*) est celle qui maximise le rendement. Cette notion de charge économique n'est pas très utilisée sans introduire le coefficient de charge de l'appareil. Il faut en effet raisonner en énergie (pertes capitalisées) et pas seulement en puissance. Par ailleurs le maximum est assez "plat" (Figure 6.19).

$$\text{Courant "économique" (rendement maximum)} : I_2^* = \sqrt{\frac{P_{fer}}{R_2^t}}$$

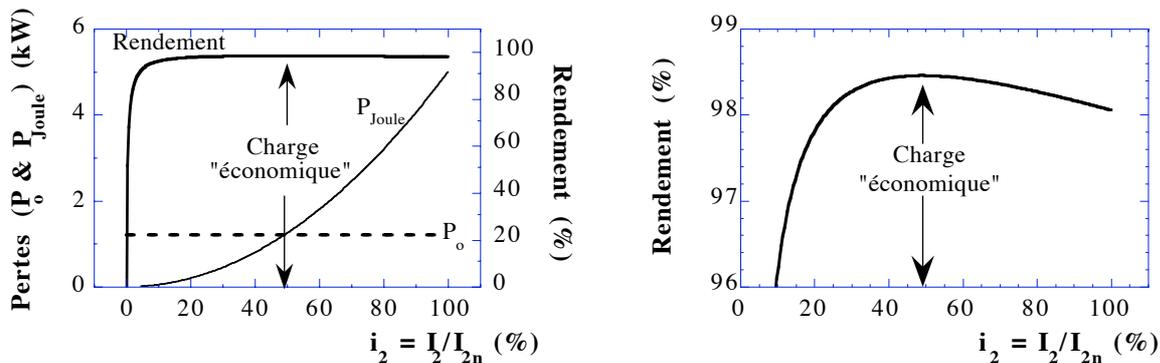


Figure 6.19 : rendement d'un transformateur de 400 kVA ($\cos\varphi = 0,8$) en fonction du courant secondaire en valeur réduite.

6.7 Courant d'enclenchement d'un transformateur à vide

Lors de la mise sous tension à vide d'un transformateur des surintensités très importantes peuvent apparaître. Le courant d'enclenchement est encore plus important pour les autotransformateurs (réactance de fuite réduite et induction élevée).

$$\text{Equation électrique : } V\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) = N_1 \frac{d\varphi}{dt} + R_1 i_1$$

Pour simplifier les calculs, la résistance R_1 est négligée, les conditions sont alors les plus défavorables. Compte tenu des conditions initiales (flux rémanent φ_r à $t = 0$), le flux s'écrit :

$$\varphi(t) = \varphi_r - \varphi_n (\cos(\omega t + \alpha) - \cos \alpha) \quad \varphi_n = \frac{V\sqrt{2}}{N_1 \omega} \quad : \text{ flux nominal par spire}$$

Le flux sera maximum pour un enclenchement au zéro de tension ($\alpha = 0$) : $\varphi(t) = \varphi_r + \varphi_n (1 - \cos \omega t)$

Ce flux très élevé (plus de deux fois le flux nominal) sature totalement le circuit magnétique et le courant à vide augmente dans des proportions extrêmement importantes. Dans l'exemple de la figure 6.20, l'appel du courant à vide atteint 13 fois le courant nominal, soit plus de 100 fois supérieur à la valeur à vide permanente. Le courant transitoire à l'enclenchement sera plus important si l'enroulement mis sous tension est le plus proche du circuit magnétique.

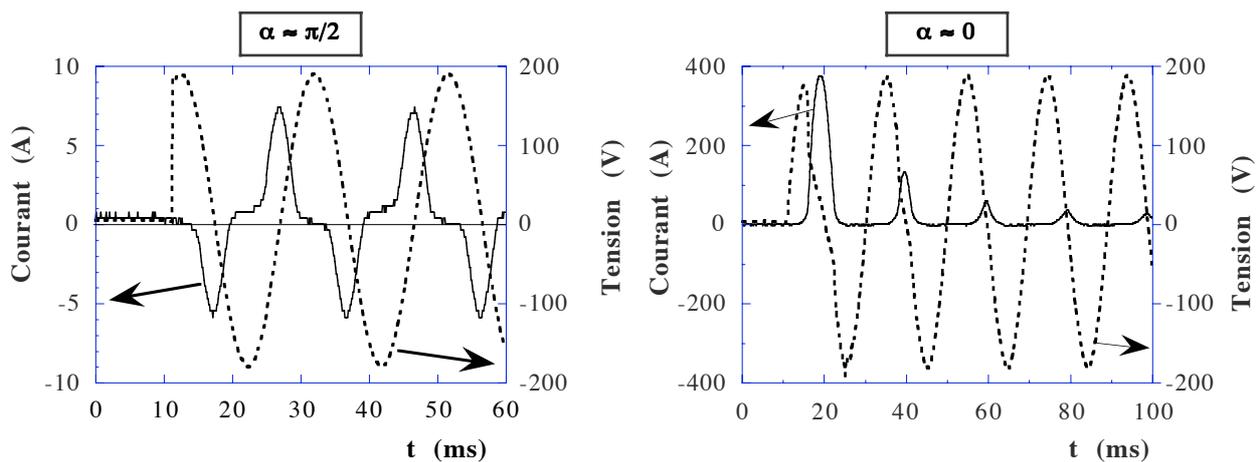


Figure 6.20 : courants d'enclenchement d'un transformateur à vide ($I_0 = 3,2 \text{ A}$; $I_{\max} = 380 \text{ A} \approx 60 I_0 \approx 13 I_n \sqrt{2}$).

6.8 Ordres de grandeurs, exemples de réalisation

Transformateur triphasé 16 kVA, 50 Hz, couplage Dyn. (Merlin Gerin)

H.T. : 500 V couplage triangle, B.T. : 380 V couplage étoile neutre sorti.

Refroidissement par air.

Masse totale : 130 kg.

Encombrement (hors tout) : longueur = 0,6 m, largeur = 0,38 m, hauteur = 0,69 m.

Transformateur triphasé 36 MVA, 50 Hz. (Jeumont Schneider)

H.T. : 89 kV ou 62,5 kV ($\pm 12\%$) étoile, B.T. : 15,75 kV (21 kV - 31,5 kV) étoile ou triangle.

Refroidissement par circulation forcée d'huile.

Masse totale : 33 tonnes.

Encombrement (hors tout) : longueur = 4,9 m, largeur = 3,1 m, hauteur = 4,3 m.

Transformateur triphasé 1650 MVA, 50 Hz formé de trois unités monophasées. (GEC Alsthom)
H.T. : 405 kV couplage étoile, B.T. : 20 kV couplage triangle.
Refroidissement par circulation forcée d'huile.
Masse totale : 975 tonnes dont 420 tonnes de circuit magnétique.
Encombrement d'une unité (hors tout) : longueur = 10 m, largeur = 6 m, hauteur = 11 m.

Rendement : il est excellent, il dépend du courant et du $\cos\varphi$ de la charge. Exemple transformateur de 16 MVA :

- $\cos\varphi = 1,0$: $\eta = 99,11\%$ ($I_N/2$) , $\eta = 98,72\%$ (I_N)
- $\cos\varphi = 0,8$: $\eta = 98,89\%$ ($I_N/2$) , $\eta = 98,41\%$ (I_N))

6.9 Transformateurs spéciaux

6.9.1 Transformateurs de mesure, transformateur de courant

Rôle des transformateurs de mesure :

- isoler le circuit de mesure (isolation galvanique, mise à la terre d'une borne),
- réduire les calibres des appareils de mesure,
- traduire fidèlement les informations y compris en régime transitoire fortement perturbé.

Transformateur de courant (TC) : c'est un transformateur branché en série dans le circuit dont on veut mesurer le courant. Son secondaire doit être impérativement court-circuité, par exemple sur un ampèremètre. Le courant mesuré i_2 , au secondaire, est relié au courant primaire i_1 par la relation (1).

$$(1) \quad N_2 i_2 \approx N_1 i_1 \quad (\text{courant à vide négligé, transformateur "parfait" en courant})$$

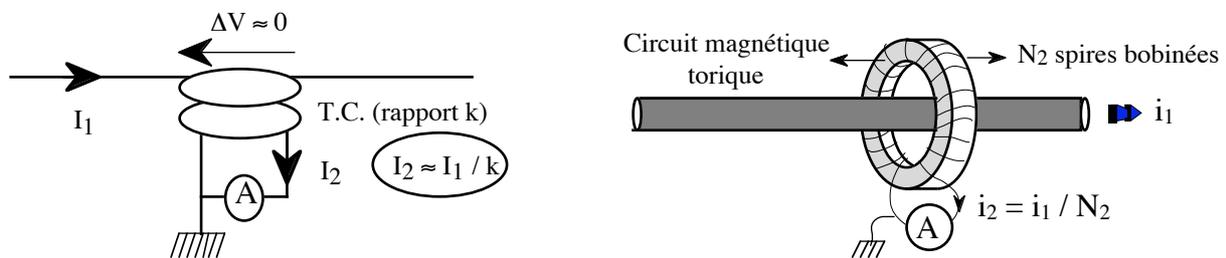


Figure 6.21 : transformateur de courant ou transformateur série.

La chute de tension aux bornes du primaire est très faible, le transformateur de courant, quand son secondaire est court-circuité, ne perturbe pas le montage. *Attention, un transformateur ne "passe" pas les composantes continues.* Par contre l'inductance de fuite primaire n'intervient pas pour la mesure du courant ; elle peut être par conséquent très élevée sans perturber la mesure du courant (figure 6.21, pince ampèremétrique).



Le secondaire d'un transformateur de courant doit être impérativement court-circuité, par exemple sur un ampèremètre. Dans le cas où le secondaire d'un transformateur de courant serait ouvert, le fonctionnement du circuit est fortement perturbé, les tensions dangereusement élevées apparaissent aux bornes du secondaire et les pertes fer augmentent très nettement.

6.9.2 Autotransformateur

Présentation, constitution et principe (figure 6.22)

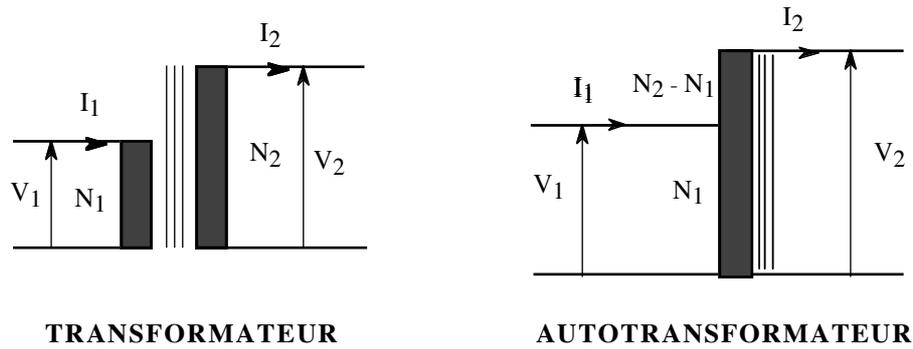


Figure 6.22 : schémas de principe du transformateur et de l'autotransformateur.

Les équations de fonctionnement sont les mêmes pour le transformateur et l'autotransformateur :

$$V_2^0 = \frac{N_2}{N_1} V_1 \quad \& \quad N_1 i_1 - N_2 i_2 = N_1 i_1^0$$

Le tableau 6.5 donne quelques éléments comparatifs entre transformateurs et autotransformateurs.

Avantages ($0,5 < k < 2$)	Inconvénients
<ul style="list-style-type: none"> - Diminution masse, encombrement. - Réduction pertes à vide et en charge. - Très faible courant à vide (mais appel très élevé). - Faible chute de tension. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de séparation galvanique entre primaire et secondaire. - Courant de court-circuit très élevé. - Grande sensibilité aux surtensions atmosphériques - Couplage Yy pratiquement obligatoire en triphasé (couplage non idéal)

Tableau 6.5 : avantages et inconvénients des autotransformateurs.



Figure 6.23 : autotransformateur à rapport variable "variac".

6.10 Transformateurs triphasés

6.10.1 Circuit magnétique

6.10.1.1 Trois unités monophasées

Cette configuration est simple et parfaitement symétrique mais elle est encombrante, lourde et coûteuse. Cependant elle peut être intéressante pour le transport (transformateurs de très fortes puissances, sortie de tranche nucléaire par exemple), l'entretien et la réparation.

6.10.1.2 Circuit magnétique unique

6.10.1.2.1 A trois colonnes symétriques

Les deux configurations de la figure 6.24 assurent la symétrie et donc l'équilibre entre les phases. Elles sont cependant très complexes du point de vue réalisation et ne sont pratiquement jamais employées.

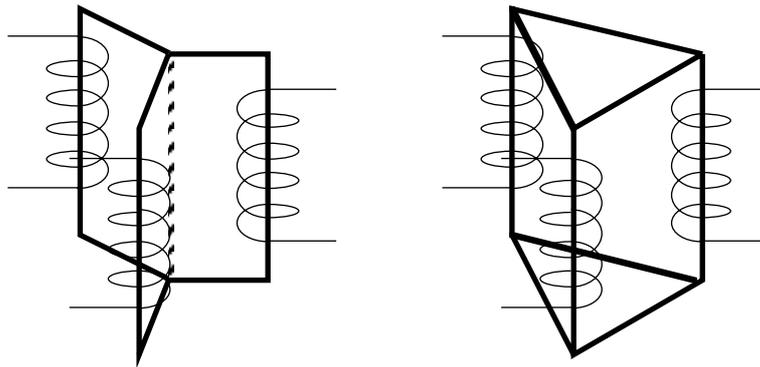


Figure 6.24 : transformateurs à circuit magnétique unique symétrique (un seul enroulement par phase représenté).

6.10.1.2.2 Circuit magnétique plan (figure 6.25)

Cette configuration de circuit magnétique unique est beaucoup plus simple mais elle introduit une dissymétrie géométrique entre les trois phases, les courants à vide avec ce type de circuit magnétique ne forment pas en particulier un système triphasé équilibré de courant. Le circuit magnétique à cinq colonnes permet de réduire la hauteur totale du circuit magnétique (gabarit de transport SNCF, ...) par rapport à la solution trois colonnes. La structure cuirassée avec le circuit magnétique autour des enroulements est caractérisée par une grande compacité et une excellente rigidité mécanique.

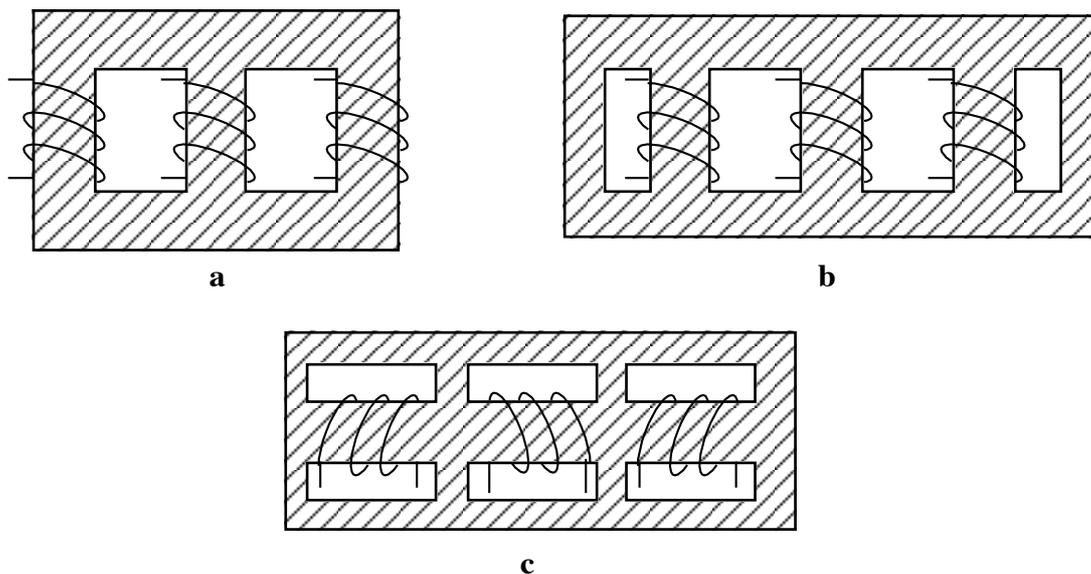


Figure 6.25 : différents types de transformateurs triphasés à circuit magnétique plan unique.

a : trois colonnes ; b : cinq colonnes ; c : cuirassé (un seul enroulement par phase représenté)



Figure 6.26 : exemple de transformateur triphasé plan à trois colonnes (coupe France Transfo).

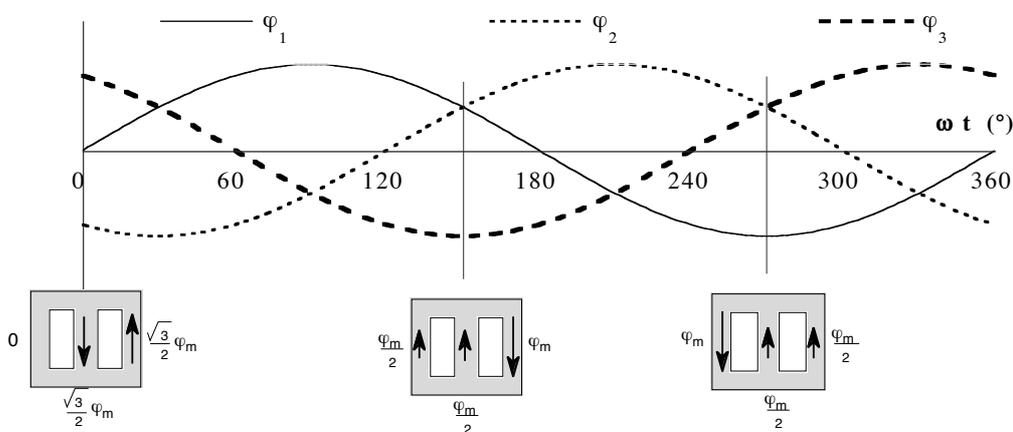


Figure 6.27 : répartition du flux magnétique au cours du temps dans un transformateur à trois colonnes en régime équilibré.

6.10.2 Couplage des enroulements primaires et secondaires

Convention : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{couplage des enroulements haute tension (H.T.) est écrit en } \underline{\text{majuscule}} \\ - \text{couplage des enroulements basse tension (B.T.) est écrit en } \underline{\text{minuscule}} \end{array} \right.$

- ◆ Couplage étoile (Y, Y_n , y , y_n) ; l'indice n signifie que le neutre est sorti.
- ◆ Couplage triangle (D, d) ; l'isolation des enroulements doit être renforcée par rapport au couplage étoile.

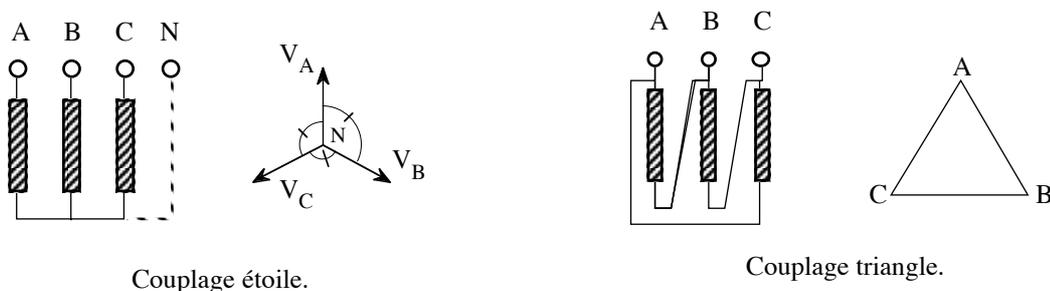


Figure 6.28 : exemple de couplage en triphasé.

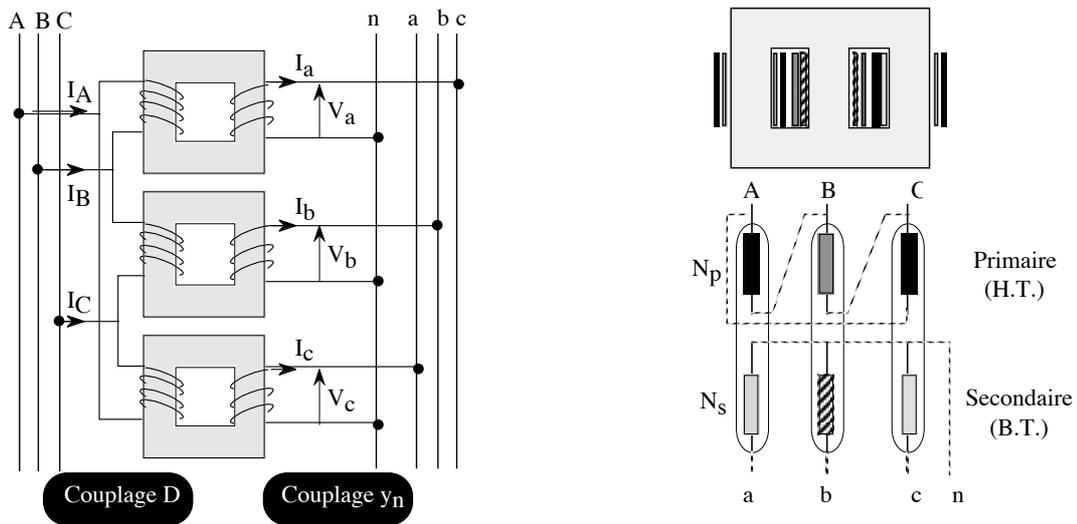
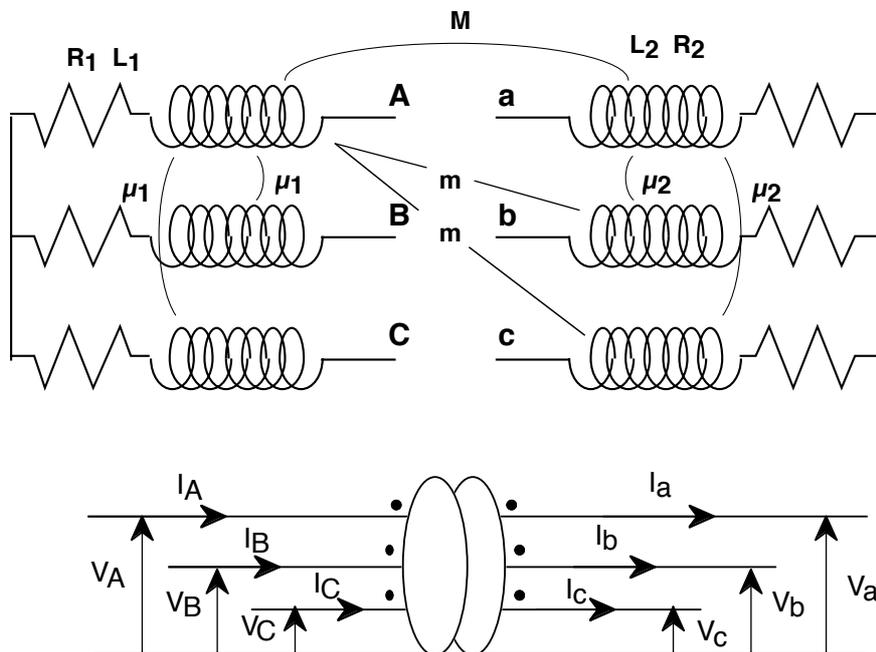


Figure 6.29 : exemple de couplage Dy_n de transformateurs triphasés (3 unités monophasée et 3 colonnes).

6.10.3 Fonctionnement sur charge équilibrée

Hypothèses : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{dissymétrie géométrique négligée} \\ - \text{même couplage au primaire et au secondaire (Yy, Dd)} \end{array} \right.$

La présence ou non du neutre n'intervient pas puisque la charge est équilibrée. Le schéma du transformateur peut être représenté par la figure 6.30.



- L_1, L_2 : inductances propres des enroulements primaires et des enroulements secondaires
- M : inductance mutuelle entre les enroulements primaires et secondaires d'une même colonne
- m : inductance mutuelle entre les enroulements primaires et secondaires d'une colonne différente
- μ_1 : inductance mutuelle entre les enroulements primaires.
- μ_2 : inductance mutuelle entre les enroulements secondaires.
- R_1, R_2 : résistances des enroulements primaires et secondaires.

Figure 6.30 : transformateur triphasé représenté par des impédances.

En prenant les règles des signes pour les inductances propres et mutuelles (c.f. 5.3.1.3), les équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \bar{V}_A = (R_1 + j \omega L_1) \bar{I}_A + j \mu_1 \omega (\bar{I}_B + \bar{I}_C) - j \omega M \bar{I}_a - j \omega m (\bar{I}_b + \bar{I}_c) \\ \bar{V}_a = - (R_2 + j \omega L_2) \bar{I}_a - j \mu_2 \omega (\bar{I}_b + \bar{I}_c) + j \omega M \bar{I}_A + j \omega m (\bar{I}_B + \bar{I}_C) \end{cases}$$

$$\text{Triphasé équilibré : } \begin{cases} \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0 \\ \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_B + \bar{I}_C = -\bar{I}_A \\ \bar{I}_b + \bar{I}_c = -\bar{I}_a \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \begin{cases} \bar{V}_A = [R_1 + j\omega(L_1 - \mu_1)] \bar{I}_A - j\omega(M - m)\bar{I}_a \\ \bar{V}_a = - [R_2 + j\omega(L_2 - \mu_2)] \bar{I}_a + j\omega(M - m)\bar{I}_A \end{cases}$$

Nous pouvons bien entendu écrire de manière analogue :

$$\begin{cases} \bar{V}_B = [R_1 + j\omega(L_1 - \mu_1)] \bar{I}_B - j\omega(M - m)\bar{I}_b \\ \bar{V}_b = - [R_2 + j\omega(L_2 - \mu_2)] \bar{I}_b + j\omega(M - m)\bar{I}_B \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{V}_C = [R_1 + j\omega(L_1 - \mu_1)] \bar{I}_C - j\omega(M - m)\bar{I}_c \\ \bar{V}_c = - [R_2 + j\omega(L_2 - \mu_2)] \bar{I}_c + j\omega(M - m)\bar{I}_C \end{cases}$$

|| Ce sont des systèmes d'équations quadripolaires d'un transformateur monophasé en considérant les inductances cycliques. Nous sommes donc ramenés à trois transformateurs monophasés avec les impédances cycliques $L_1 - \mu_1$, $L_2 - \mu_2$ et $M - m$. Nous pouvons reprendre les mêmes raisonnements et établir les mêmes schémas équivalents, ... répétés trois fois en considérant les bonnes variables : par phase (étoile la plus part du temps).

Remarque :

Si nous négligeons les résistances et les inductances mutuelles entre enroulements du primaire et celles entre enroulements secondaires, le système d'équations quadripolaires devient :

$$\begin{cases} \bar{V}_A = j \omega L_1 \bar{I}_A - j \omega M \bar{I}_a \\ \bar{V}_a = - j \omega L_2 \bar{I}_a + j \omega M \bar{I}_A \end{cases}$$

$$\bar{I}_A = \frac{\bar{V}_A}{j \omega L_1} + \frac{M}{L_1} \bar{I}_a$$

$$\frac{\bar{V}_A}{j \omega L_1} \approx \bar{I}_A^o$$

$$\frac{|M|}{L_1} \approx \frac{N_2}{N_1}$$

$$\bar{I}_A \approx \bar{I}_A^o \pm \frac{N_2}{N_1} \bar{I}_a$$

$$\bar{V}_a = \frac{M}{L_1} \bar{V}_A - j \omega \left(L_2 - \frac{M^2}{L_1} \right) \bar{I}_a \quad L_2 - \frac{M^2}{L_1} = \sigma L_2 \approx l_2 + \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 l_1 \quad l_1, l_2 : \text{inductances de fuite}$$

L_2 très forte (2 000 à 50 000 %) mais σ extrêmement faible d'où σL_2 faible (4 à 17 %)

$$\bar{V}_a = \bar{V}_a^o - j X_{t2} \bar{I}_A$$

$$X_{t2} = \sigma L_2 \omega \approx \left(l_2 + \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 l_1 \right) \omega$$

$$\bar{V}_a^o = - \frac{M}{L_1} \bar{V}_A = \pm \frac{N_2}{N_1} \bar{V}_A$$

6.10.4 Pertes et rendement

6.10.4.1 Pertes à vide

A cause de la dissymétrie du circuit magnétique (excepté le cas avec trois unités monophasées), il faut considérer la valeur globale des pertes fer puisque le système des courants à vide n'est pas équilibré. Comme pour le transformateur monophasé, compte tenu des faibles valeurs des courants à vide, les pertes Joules sont négligeables et les pertes à vide ne sont représentées pratiquement que par les pertes fer.

$$P_o \approx \overset{\text{dissym}}{\downarrow} 3 P_o^{\text{phase}}$$

$$P_o = P_{\text{fer}} = P_o^{\text{phase1}} + P_o^{\text{phase2}} + P_o^{\text{phase3}}$$

6.10.4.2 Pertes en court-circuit

Comme pour le transformateur monophasé, compte tenu des faibles tensions appliquées pour cet essai, les pertes fer sont négligeables et les pertes en court-circuit ne sont représentées pratiquement que par les pertes Joules. Les trois courants de court-circuit forment un système triphasé équilibré (si les tensions sont triphasées équilibrées). Seules les inductances de fuite entre les enroulements d'un même noyau (colonne) interviennent en effet et ces inductances sont égales pour les trois phases.

$$P_{\text{cc}} = P_{\text{Joule}} = 3 R_{t2} I_{2n}^2 \quad \begin{cases} I_{2n} : \text{courant de ligne secondaire, valeur eff. nominale} \\ R_{t2} : \text{résistance ramenée au secondaire pour une phase étoile équivalente} \end{cases}$$

6.10.4.3 Rendement

En considérant le schéma étoile équivalent, l'expression du rendement est :

$$\eta = \frac{3 V_2 I_2 \cos\varphi_2}{3 V_2 I_2 \cos\varphi_2 + 3 R_{t2} I_2^2 + P_o}$$

$$\begin{cases} V_2 : \text{tension simple (phase-neutre) secondaire} \\ I_2 : \text{courant de ligne secondaire} \end{cases}$$

Comme pour le transformateur monophasé, le rendement d'un transformateur triphasé passe par un maximum pour $V_2 \cos\varphi_2$ donné lorsque les pertes fer sont égales aux pertes Joule. Le courant correspondant est appelé "charge économique" ; celle-ci est donnée par :

$$I_2^* = \sqrt{\frac{P_o}{3 R_{t2}}}$$

6.11 Résumé

Le transformateur est un composant essentiel des réseaux électriques alternatifs. Il est constitué d'un circuit magnétique et d'enroulements avec des nombres de spires, en général différents. Les tensions à vide sont dans le rapport du nombre de spire. En modifiant avec un excellent rendement, le niveau de tension, il permet de transporter l'énergie électrique sur de grandes distances et avec des pertes réduites. Un transformateur réel est proche d'un transformateur parfait. La chute de tension en charge est faible. Grâce au circuit magnétique, son courant à vide est très réduit si bien que les courants sont pratiquement dans le rapport inverse du nombre de spires. Un transformateur triphasé en régime équilibré peut être étudié comme un transformateur monophasé. Par contre le couplage des enroulements primaire et secondaire est en général différents.

7. - CONVERSION ELECTROMECHANIQUE

7.1 Structures

7.1.1 Conversions électromagnétique et électrostatique

◆ Densité volumique d'énergie magnétique : $\delta W_{\text{mag}} = \frac{\vec{B} \cdot \vec{H}}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} B : \text{induction magnétique} \\ H : \text{champ magnétique} \end{array} \right.$

- Matériau amagnétique (air, conducteur, ...) : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ $\Rightarrow \delta W_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2 \mu_0}$

- Matériau magnétique linéaire : $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ $\Rightarrow \delta W_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2 \mu_0 \mu_r}$

La densité d'énergie magnétique est plus élevée dans l'air que dans un circuit magnétique. Ceux-ci restent par contre presque indispensables pour créer une induction magnétique avec peu d'A.T. Ils permettent de créer dans l'air, au niveau de l'entrefer, une induction d'environ 1 T, sans difficultés et avec peu de pertes. La densité volumique d'énergie magnétique est alors dans l'entrefer de l'ordre de :

$$\delta W_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2 \mu_0} \approx 400 \text{ kJ/m}^3 \quad (B = 1 \text{ T})$$

◆ Densité volumique d'énergie électrique : $\delta W_{\text{elec}} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}$ $\left\{ \begin{array}{l} E : \text{champ électrique} \\ D : \text{déplacement (induction) électrique} \end{array} \right.$

- Matériau tel le vide (air, conducteur, ...) : $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ $\Rightarrow \delta W_{\text{elec}} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$

- Matériau diélectrique linéaire de permittivité ϵ_r : $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ $\Rightarrow \delta W_{\text{elec}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2}$

La densité d'énergie électrique est plus élevée dans un matériau diélectrique que dans l'air.

Comme champ électrique utile, le tiers du champ disruptif (rigidité diélectrique) est une valeur raisonnable.

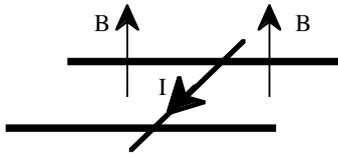
- Air : $E_d \approx 3,2 \text{ MV/m}$ $\delta W_{\text{elec}} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = 4 \text{ J/m}^3$ $(\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36 \pi} ; E = 1 \text{ MV/m})$

- Mica : $\left\{ \begin{array}{l} E_d \approx 100 \text{ MV/m} \\ \epsilon_r = 6 \end{array} \right.$ $\delta W_{\text{elec}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r E^2}{2} = 24 \text{ kJ/m}^3$ $(E = 30 \text{ MV/m})$

Conclusion : la densité volumique d'énergie magnétique nettement plus élevée que la densité volumique d'énergie électrique fait (facteur 20) que **les convertisseurs électromécaniques sont essentiellement des convertisseurs électromagnétiques**, sauf aux petites dimensions où les systèmes électrostatiques présentent également des intérêts.

7.1.2 Notion de réversibilité - exemple

◆ **MOTEUR** : rail soumis à une induction magnétique et alimenté en courant.



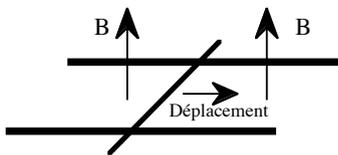
Il faut un système qui crée une induction magnétique (aimants permanents, électro-aimant).

C'est *l'inducteur*

Alimentation en courant \Rightarrow force ($I B l$) \Rightarrow *déplacement* \Rightarrow Energie mécanique

Cette énergie mécanique provient d'énergie électrique. En effet le déplacement induit une f.c.e.m. qui s'oppose au déplacement. L'intégrale du produit du courant par la f.c.e.m. pendant le déplacement correspond à l'énergie électrique convertie en énergie mécanique.

◆ **GENERATEUR** : déplacement d'un rail dans une induction magnétique.



Là encore, il faut un inducteur pour créer l'induction magnétique.

Déplacement du barreau \Rightarrow f.e.m. ($B l v$) \Rightarrow *courant* \Rightarrow Puissance électrique

La puissance électrique fournie à la charge connectée au générateur provient de la puissance mécanique nécessaire au déplacement du barreau. En effet le courant lié à la charge crée une force qui s'oppose au déplacement.

Dans les deux cas, c'est le barreau qui est le lieu de la conversion électromécanique. Il est le siège de f.c.e.m. (cas d'un moteur) ou de f.e.m. (cas d'un générateur) induites. Pour cette raison il est appelé *l'induit* du système électromécanique

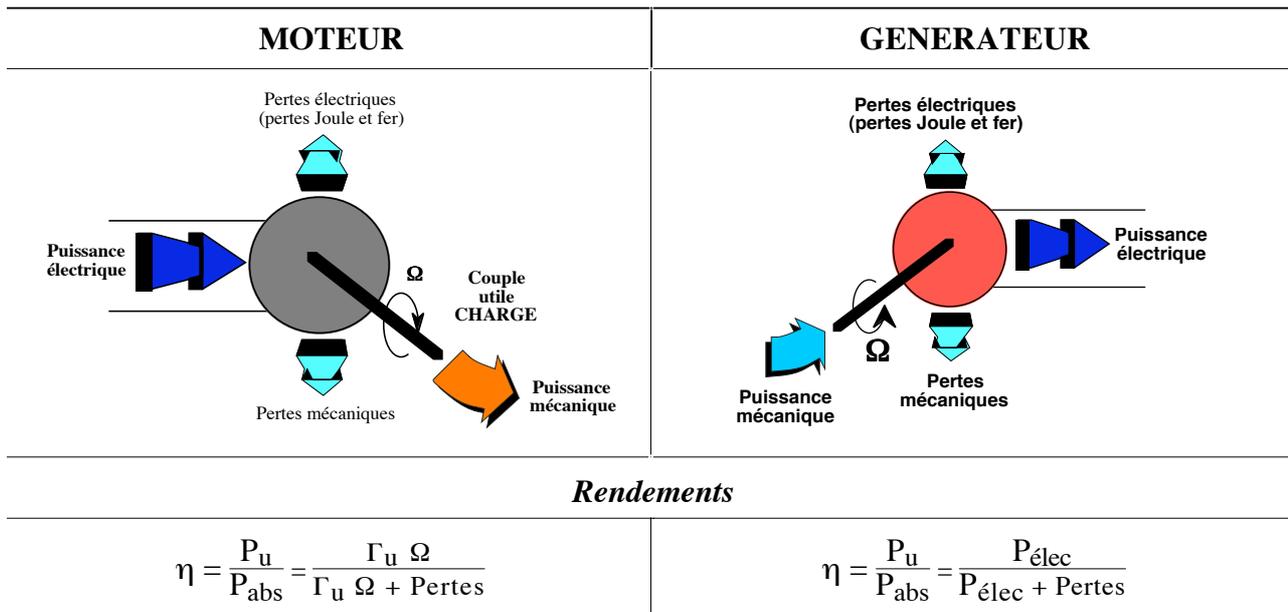


Figure 7.1 : fonctionnement moteur et générateur.

7.1.3 Eléments des structures électromagnétiques

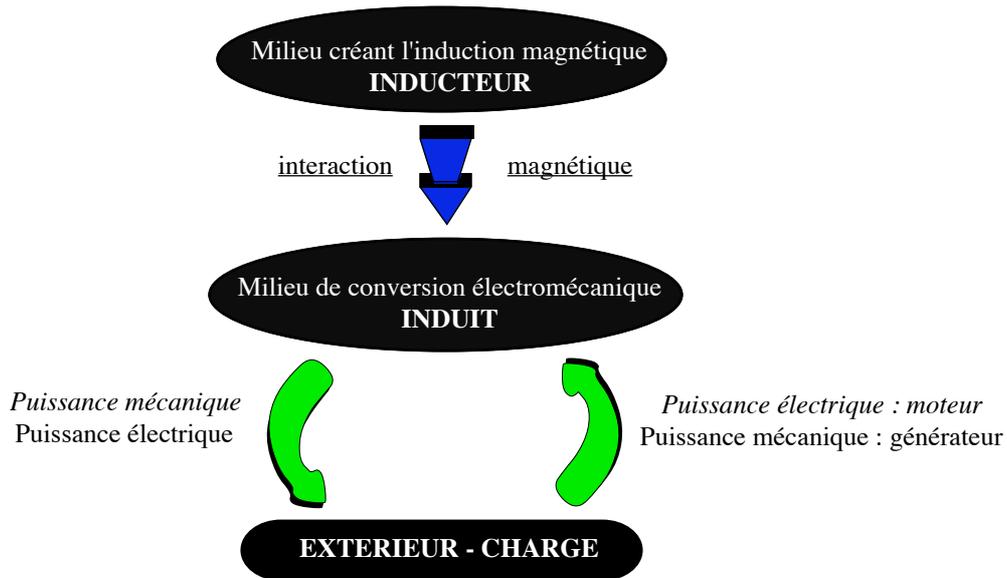


Figure 7.2 : conversion électromécanique.

7.1.4 Géométries des structures électromagnétiques

7.1.4.1. Structures tournantes

Pour obtenir le couple maximum, le courant et l'induction doivent être orthogonaux. Deux configurations sont donc possibles :

- ◆ structure cylindrique (fig. 7.3) :
 - conducteurs axiaux,
 - induction radiale.

C'est la configuration classique.
- ◆ structure disque (fig. 7.4) :
 - conducteurs radiaux,
 - induction axiale.

Cette configuration est peu utilisée.



Figure 7.3 : structure cylindrique classique.

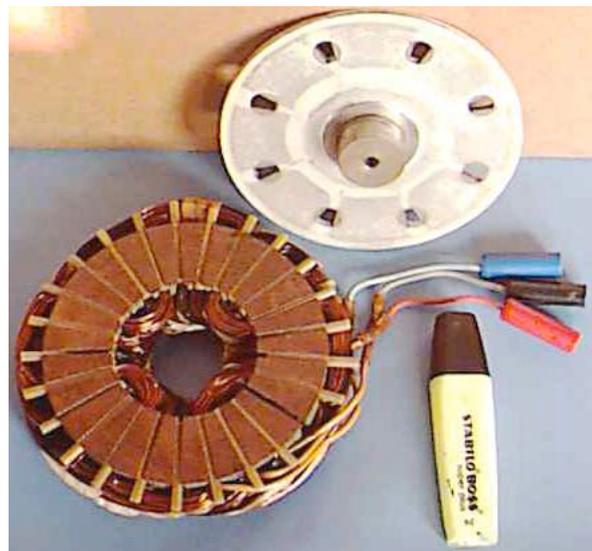


Figure 7.4 : structure disque.

Stator : partie fixe

entrefer

Rotor : partie tournante

Stator & rotor utilisent des matériaux magnétiques (fer) pour réduire les A.T.

L'alimentation du rotor en puissance électrique pose des difficultés sauf si le transfert se fait par voie électromagnétique. Sinon le transfert doit s'effectuer par voie mécanique, c'est à dire des balais (en général en graphite) qui frottent sur des bagues métalliques (fig. 7.5) ou des lames solidaires du rotor. Ce frottement entraîne non seulement une usure mécanique (donc entretien régulier) mais aussi des pertes électriques lorsqu'un courant circule. Il est par conséquent préférable de ne pas devoir transférer des puissances importantes au rotor par voie mécanique.

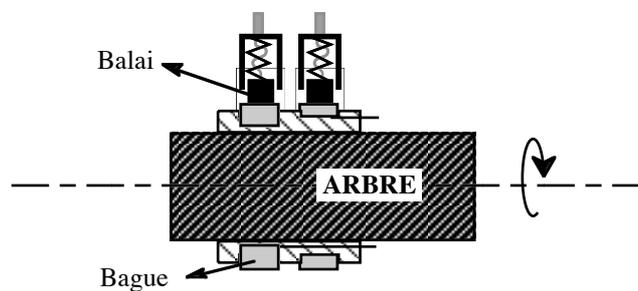


Figure 7.5 : contacts par bague-balais.

Deux types d'entrefer (fig. 7.6) : $\left\{ \begin{array}{l} - \text{entrefer constant : machine à pôles lisses} \\ - \text{entrefer variable : machine à pôles saillants} \end{array} \right.$

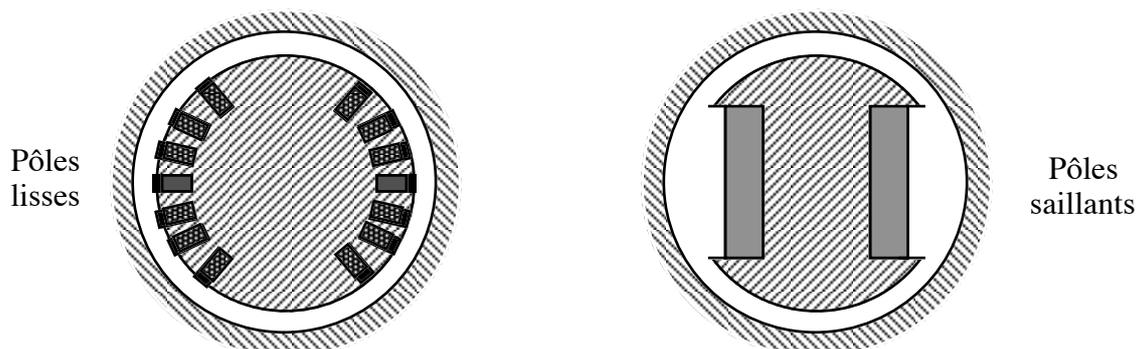


Figure 7.6 : rotors à pôles lisses et à pôles saillants d'une machine.

7.1.4.2. Structure linéaire

Les pertes magnétiques sont importantes, dues au circuit magnétique non fermé.

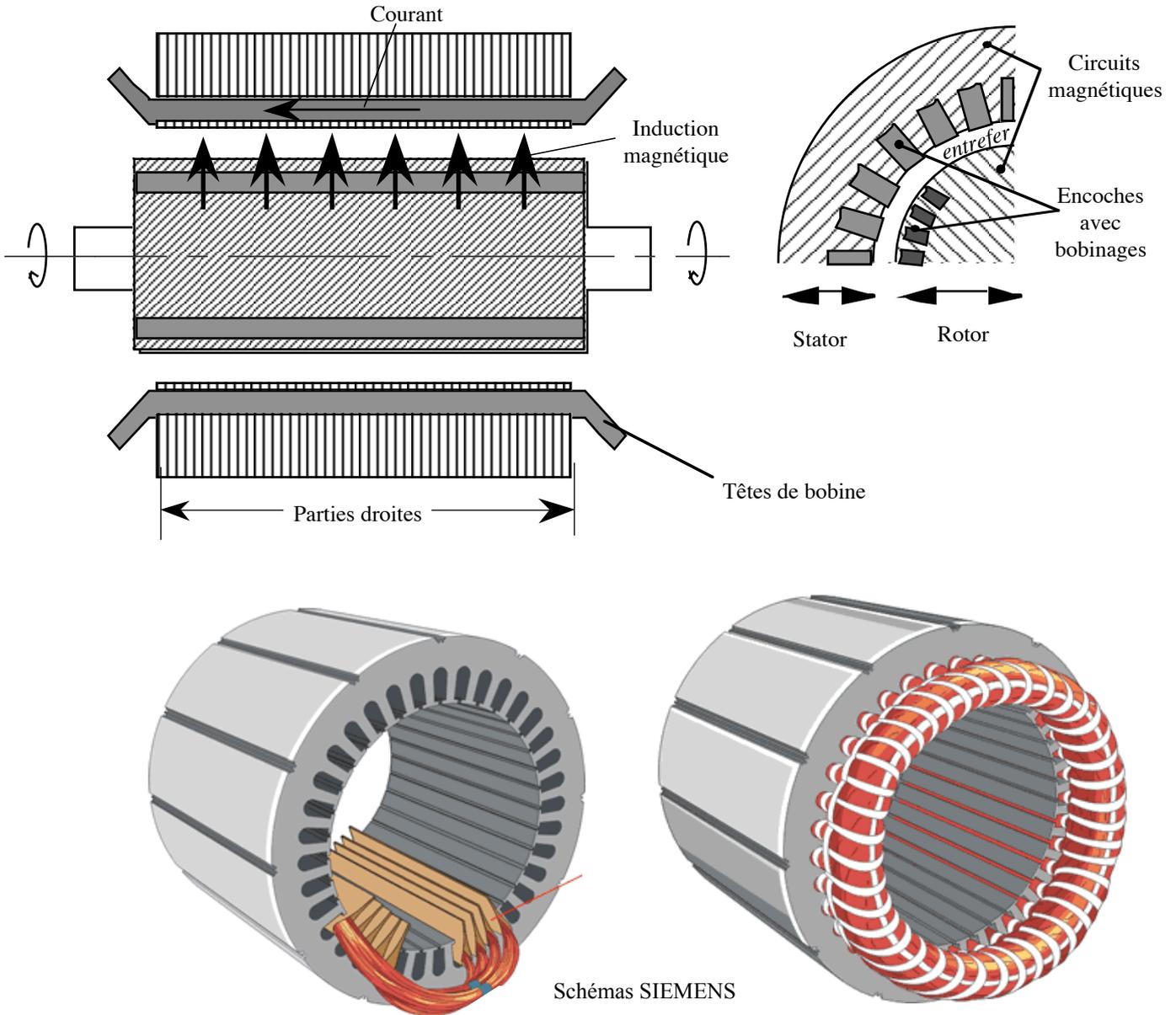


Figure 7.7 : coupes de machines électriques de structure cylindrique classique.

7.2 Couple électromagnétique

Considérons un système avec K enroulements. La loi de Lenz généralisée pour un enroulement j quelconque s'exprime en convention récepteur :

$$v_j = R_j i_j + \frac{d\Phi_j}{dt}$$

$$v_j = R_j i_j + \sum_{k=1}^K \frac{d\Phi_{jk}}{dt}$$

Φ_j : flux total à travers l'enroulement j ; R_j : résistance de l'enroulement j .

Φ_{jk} : flux total à travers l'enroulement j créé par l'enroulement k .

En considérant un système linéaire, cette équation devient en introduisant les inductances propres et mutuelles :

$$v_j = R_j i_j + \sum_{k=1}^K \frac{d(L_{jk} i_j)}{dt} = \underbrace{R_j i_j}_{\text{tension induite par transformation}} + \underbrace{\sum_{k=1}^K L_{jk} \frac{di_j}{dt}}_{\text{tension induite par mouvement}}$$

En faisant le même raisonnement que pour la force magnétique (§ 5.6) le couple électromagnétique s'écrit en généralisant à K enroulements :

$$\Gamma_{\text{méca}} d\theta = \sum_{j=1}^K i_j d\Phi_j - dW_{\text{magnétique}}$$

$$\Gamma_{\text{méca}} = \frac{1}{2} \sum_j \sum_k i_j i_k \frac{dL_{jk}}{d\theta}$$

Pour obtenir un couple de conversion électromécanique il faut donc nécessairement :

- au moins un courant sur une pièce,
- que le flux soit fonction de l'angle.

Le couple électromagnétique dans une machine électrique a deux origines :

- une interaction entre deux inductions magnétiques (figure 7.8),
- une interaction entre un courant et une structure à réluctance variable (figure 7.9).

On pourrait monter que les conditions pour avoir un couple dans une machine électrique sont les suivantes :

- même nombre de pôles au rotor et au stator,
- champs statorique et rotorique fixes l'un par rapport à l'autre.

◆ Couple par interaction entre deux inductions (deux courants) (Figure 7.8)

$$\Gamma_{\text{méca}} = \frac{1}{2} \sum_j \sum_k i_j i_k \frac{dL_{jk}}{d\theta} = \frac{1}{2} i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}$$

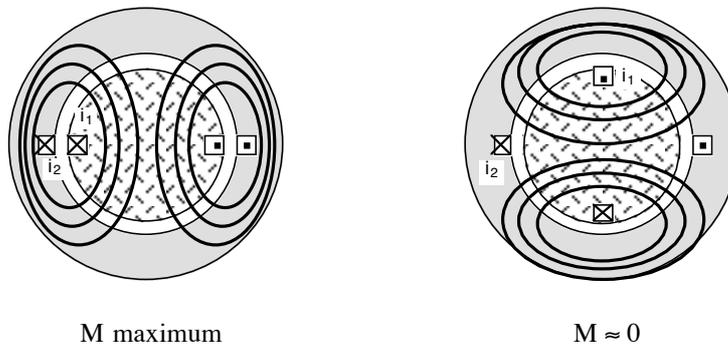
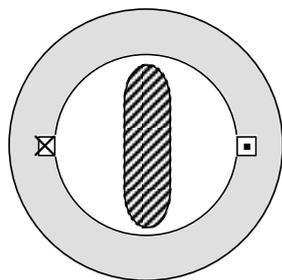


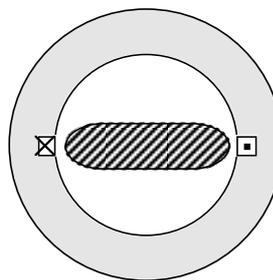
Figure 7.8 : couple par interaction entre deux inductions ou deux courants.

◆ Structure à réluctance variable (Figure 7.9)

$$\Gamma_{\text{méca}} = \frac{1}{2} \sum_j \sum_k i_j i_k \frac{dL_{jk}}{d\theta} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta}$$



L élevée
(réluctance faible car trajet dans C.M. surtout)



L faible
(réluctance élevée car partie trajet dans air)

Figure 7.9 : structure à réluctance variable.

Les machines à réluctance variable sont moins performantes que les autres en termes de performances (couple massique, rendement, facteur de puissance), mais la solidité et la simplicité du rotor autorisent des vitesses de rotation élevées, voire très élevées. C'est leur niche d'application.

7.3 Quelques considérations

L'encombrement et le poids d'un moteur sont principalement donnés par son couple et non sa puissance. Pour les charges à basse vitesse, il est donc en général intéressant d'intercaler un réducteur pour diminuer le couple, donc la taille du moteur d'entraînement en le faisant tourner plus rapidement que la charge. Des considérations mécanique, acoustique ainsi que de fréquence d'alimentation et des pertes électriques associées limitent les vitesses de rotation.

Le couple est donné par la pression magnétique tangentielle dans l'entrefer. Cette pression est liée à l'induction magnétique et à la densité linéique de courant de l'induit. Elle est donc limitée par la saturation des matériaux magnétiques et l'échauffement. Sa valeur est comprise entre 1 et 10 N/cm² (0,1 - 1 bar) suivant la sophistication de la machine (matériaux utilisés et refroidissement). Pour les couples massiques, 1 à 10 Nm/kg, voire 20 Nm/kg, sont des bons ordres de grandeur à avoir.

7.4 Evolution des moteurs

Les moteurs électriques, comme toute l'électrotechnique, ont subi de nombreuses et profondes évolutions depuis les premières machines. Cette évolution est liée en partie aux progrès constants de l'électronique de puissance, notamment des composants (thyristors, GTO, IGBT). Ceux-ci ont conduit en particulier à des sources alternatives à fréquence variable. Cette évolution n'est pas terminée et de nouvelles structures apparaissent (machine à flux transverse). La principale motivation est la recherche d'entraînements électriques toujours plus performants en termes de poids, volume, rendement et de coût. L'utilisation d'aimants permanents se développe et ils permettent des gains en rendement (plus de pertes d'excitation). Différents logiciels optimisent de plus en plus finement les machines qui bénéficient de l'amélioration constante des matériaux.

8. - MACHINES A COURANT CONTINU

8.1 Introduction

La machine à courant continu a été la machine électrique à vitesse variable par excellence. Sa commande en vitesse est en effet extrêmement simple. Par contre c'est une machine délicate à construire qui nécessite un entretien régulier. Par ailleurs elle est limitée en puissance.

Le développement des composants de l'électronique de puissance a fait que les machines alternatives peuvent être commandées désormais en vitesse avec d'excellentes performances mais à des coûts parfois encore élevés. Or ces machines sont beaucoup plus simples de construction et elles requièrent nettement moins d'entretien. C'est pourquoi les entraînements électriques à courant continu font de plus en plus place aux entraînements alternatifs (machines dites synchrones ou asynchrones). Les entraînements électriques à courant continu sont encore cependant très présents dans l'industrie. Ils résistent encore très bien dans certains domaines en raison de contraintes économiques très fortes (automobiles par exemple).

8.2 Constitution et représentation

Induit : partie tournante (rotor). Il est constitué d'enroulements insérés à l'intérieur d'encoches dans un circuit magnétique feuilleté. Ces enroulements sont reliés au circuit extérieur par l'intermédiaire d'un collecteur (cf. plus loin).

Inducteur : partie fixe (stator). Il crée une induction magnétique fixe par des électro-aimants ou par des aimants permanents.

- Conventions : ♦ courant d'excitation (inducteur bobiné) noté i ,
 ♦ courant d'induit noté I .

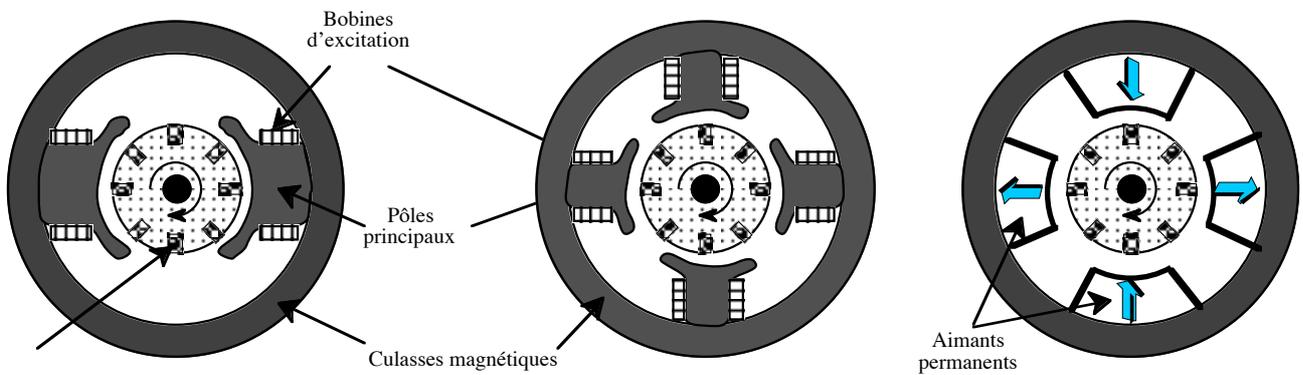


Figure 8.1 : coupes schématiques d'une machine à courant continu bipolaire et quadripolaire inducteur bobiné, machine à aimants permanents.

Représentation :



Figure 8.2 : représentation d'une machine à courant continu.

8.3 Inducteur

8.3.1 Constitution

L'inducteur d'une machine à courant continu est la partie fixe, le stator. Il crée une induction magnétique continue dans le temps et fixe dans l'espace. Cette induction est créée soit par des aimants permanents soit par des bobinages (bobines excitatrices) situés autour des pôles principaux et alimentés par un courant continu. Les pôles et la culasse sont en matériaux magnétiques. Ils peuvent être massifs mais très souvent il s'agit d'un empilement de tôles magnétiques découpées dans la même plaque que le rotor.

La figure 8.3 donne la répartition de l'induction créée par l'inducteur dans l'entrefer d'une machine CC bipolaire. En supposant le circuit magnétique non saturé, l'induction est radiale dans l'entrefer puisque l'induction est perpendiculaire à un circuit magnétique.

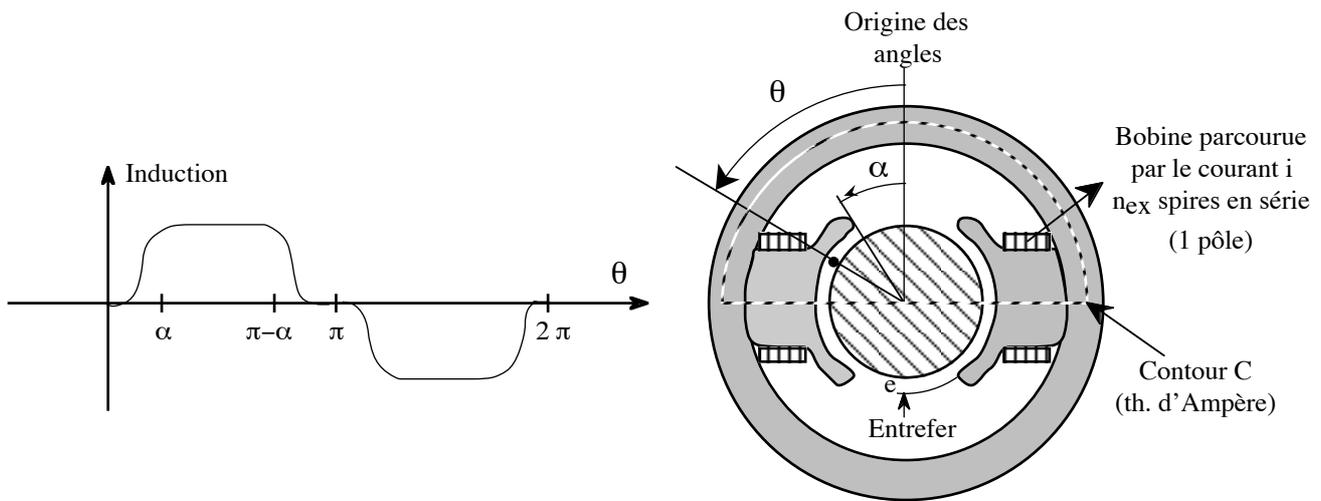


Figure 8.3 : répartition de l'induction magnétique à vide dans l'entrefer d'une machine CC bipolaire.

Théorème d'Ampère appliqué le long du contour fermé C (fig. 8.3) : $\int_C \vec{H} d\vec{l} = 2 n_{ex} i$

En négligeant la circulation du champ magnétique dans le circuit magnétique (μ_r très élevée), on obtient l'induction dans l'entrefer :

$$\vec{B} = B \vec{u}_r \quad B \approx \mu_0 \frac{2 n_{ex} i}{2 e} \quad \begin{cases} n_{ex} : \text{nombre de spires en série par pôle} \\ i : \text{courant d'excitation} \\ e : \text{largeur de l'entrefer} \end{cases}$$

Le flux sous un pôle à l'induit est donné par :

$$\varphi = \int_0^\pi \int_0^{L_z} b(\theta, z) R d\theta dz \quad \begin{cases} L_z : \text{profondeur de la machine} \\ \text{(partie active : circuit magn.)} \\ R : \text{rayon extérieur de l'induit} \end{cases}$$

$$\varphi \approx R L_z \int_0^\pi b(\theta) d\theta \quad (\text{hypothèse 2D})$$

$$\varphi \approx R L_z \pi B_{moyen}$$

L'évolution du flux φ en fonction du courant d'excitation i est donnée par la figure 8.4. Cette caractéristique magnétique est linéaire pour de faibles valeurs du courant puis se coude dès que le circuit magnétique commence à saturer. Le courant d'excitation doit alors beaucoup augmenter pour aimanter davantage le circuit magnétique et accroître le flux. Cette caractéristique est en effet reliée à la courbe $B(H)$ du matériau magnétique utilisé.

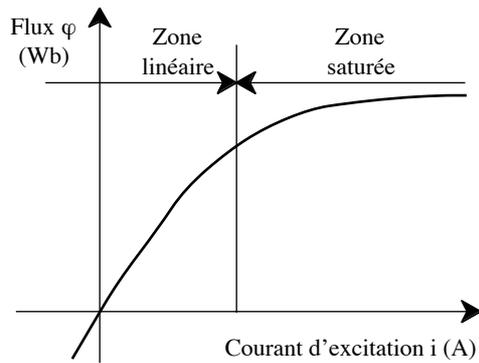


Figure 8.4 : flux inducteur en fonction du courant d'excitation i .

8.3.2 Alimentation de l'inducteur

Il y a essentiellement 3 types d'alimentation de l'inducteur (figure 8.5).

- ◆ Alimentation indépendante (ou séparée) : elle nécessite une deuxième alimentation pour l'excitation mais permet une grande souplesse pour commander la machine.
- ◆ Alimentation série : l'induit et l'inducteur sont mis en série ($i = I$), c'est le cas des moteurs de traction ferroviaire ou des moteurs universels.
- ◆ Alimentation shunt : l'inducteur est mis en parallèle avec l'induit.

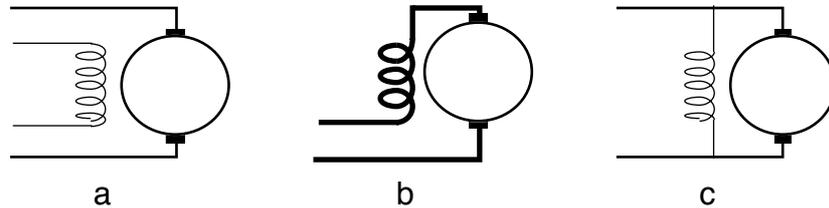


Figure 8.5 : différents types d'excitation des machines à courant continu.
a : indépendante (séparée) ; b : série ; c : shunt.

8.4. Induit

8.4.1 Constitution

L'induit d'une machine à courant continu est la partie mobile, le rotor. Il est constitué d'un circuit magnétique feuilleté (empilage de tôles magnétiques isolées) dans lequel ont été réalisées des encoches (figure 8.6). Les bobines de l'induit sont placées dans ces encoches. La cale d'encoche permet de maintenir les conducteurs soumis aux forces électromagnétiques et centrifuges.

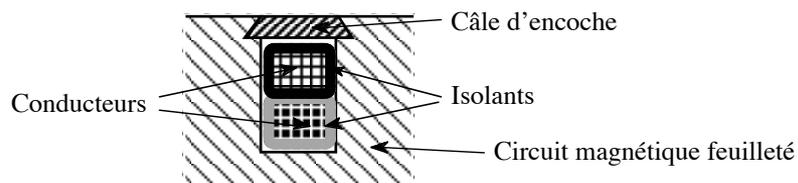


Figure 8.6 : coupe d'une encoche au rotor d'une machine à courant continu.

Dans les premières machines, les conducteurs étaient placés directement dans l'entrefer. Il est en fait beaucoup plus intéressant de placer les conducteurs dans des encoches à l'intérieur du circuit magnétique, comme indiqué par la figure 8.6.

8.4.2 Nécessité d'un commutateur : le collecteur

Considérons une marche en moteur (machine alimentée en courant) : figure 8.7.

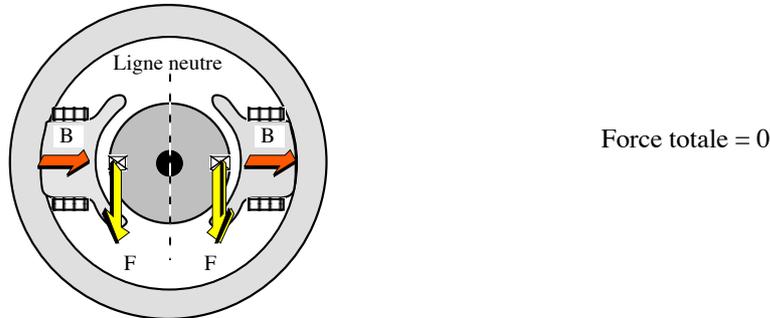


Figure 8.7 : forces de Laplace dans un moteur avec le même courant dans l'induit.

La figure 8.7 montre que la force totale est nulle si les courants dans l'induit sont tous dans le même sens. Pour obtenir un couple, le courant doit donc nécessairement changer de sens dans les encoches quand celles-ci passent par la ligne neutre (ligne entre deux pôles principaux successifs où l'induction est nulle). Ce changement du sens du courant dans les conducteurs se fait automatiquement par l'intermédiaire du collecteur.

8.4.3 Le collecteur, principe et constitution

Le collecteur permet d'inverser le courant dans les encoches de l'induit lorsqu'elles passent par la ligne neutre. C'est un onduleur mécanique (transformation de grandeurs continues en grandeurs alternatives). Le collecteur fixe dans l'espace le champ de l'induit qui se retrouve ainsi fixe par rapport au champ inducteur ; c'est la condition nécessaire pour avoir un couple dans une machine électrique. Le champ de l'induit, appelé réaction magnétique d'induit, est en quadrature avec le champ inducteur (couple maximum, figure 8.8).

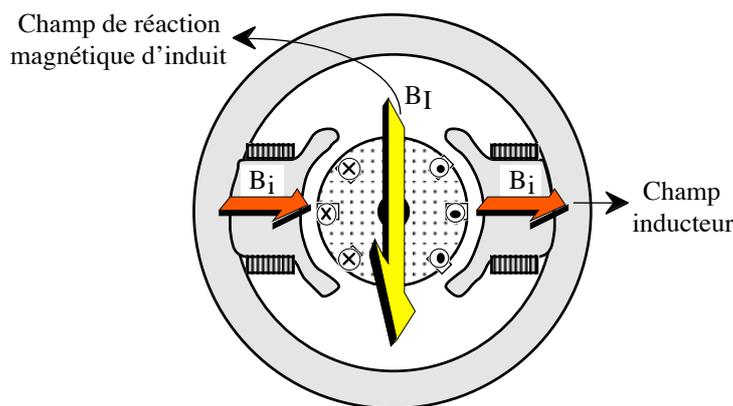


Figure 8.8 : inductions magnétiques de l'inducteur et de l'induit (réaction magnétique d'induit).

Le collecteur est constitué de lames conductrices (cuivre) isolées entre elles et reliées aux conducteurs de l'induit (figure 8.9). Il est solidaire du rotor. Des balais fixes frottent sur le collecteur. La figure 8.9 indique comment un collecteur permet d'inverser le courant dans un conducteur du rotor lorsque celui-ci passe par la ligne neutre, c'est à dire entre deux pôles.

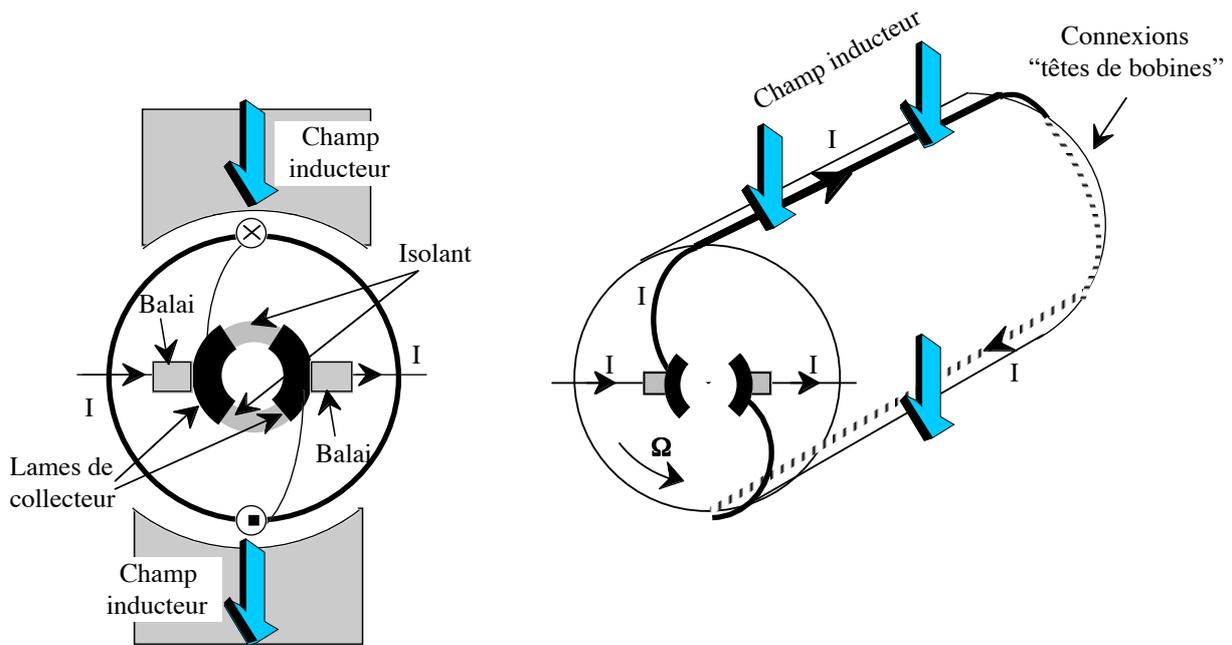


Figure 8.9 : principe d'un induit tambour ou Siemens.

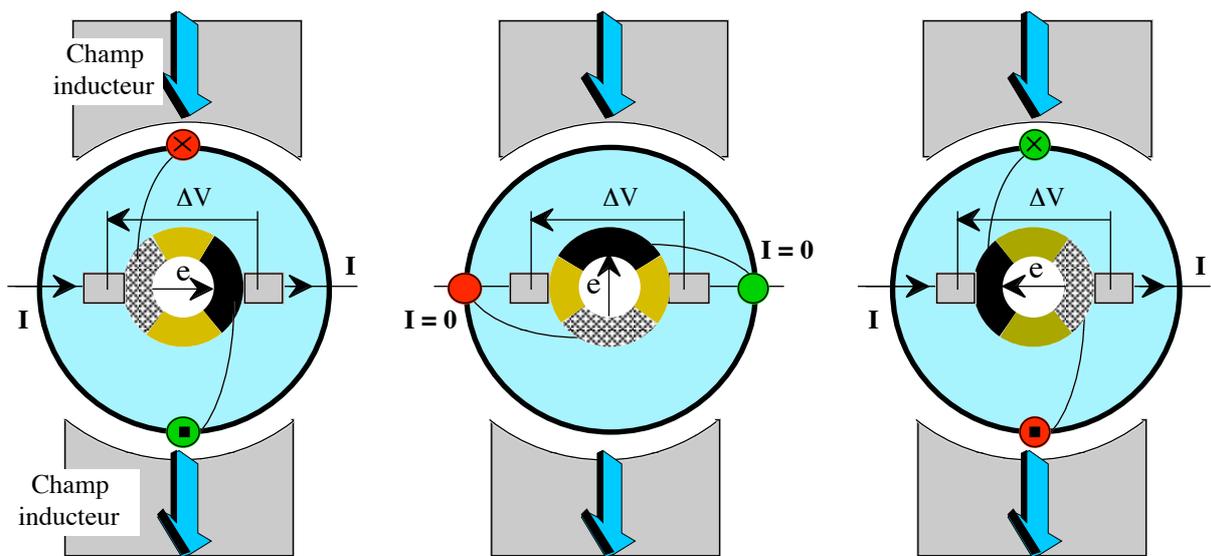


Figure 8.10 : principe de la commutation avec un induit tambour.

De façon analogue, le collecteur redresse les f.e.m. (ou f.c.e.m.) aux bornes des conducteurs de l'induit, sièges de f.e.m. alternatives ($e = b L_z R \Omega$ (Ω : vitesse de rotation, b : induction locale)). Il transforme des grandeurs alternatives en grandeurs continues (redresseur). Si les chutes de tension (résistance et contact) sont négligées, la tension aux bornes des balais est donnée par la figure 8.11 en considérant le champ inducteur de la figure 8.3.

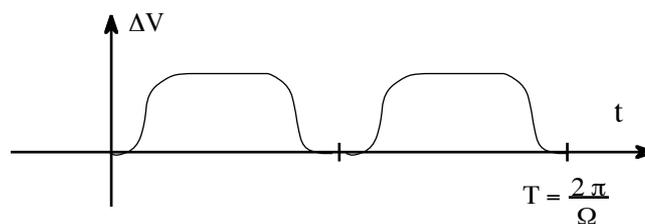


Figure 8.11 : tension aux bornes des balais pour l'induit Gramme (fig. 8.10).

Plus le nombre d'encoche sera élevé, plus la f.e.m. (ou la f.c.e.m.) aux bornes des balais sera peu ondulée. De même, pour utiliser correctement l'induit, le nombre de conducteur est important. Les figures 8.12 et 8.13 représentent un bobinage de type ondulé avec quatre encoches et huit conducteurs. Une voie d'enroulement est la partie du bobinage qui peut être parcourue entre deux balais de polarité opposée. La commutation des courants dans les conducteurs du bobinage ondulé au cours du temps est donnée par la figure 8.14.

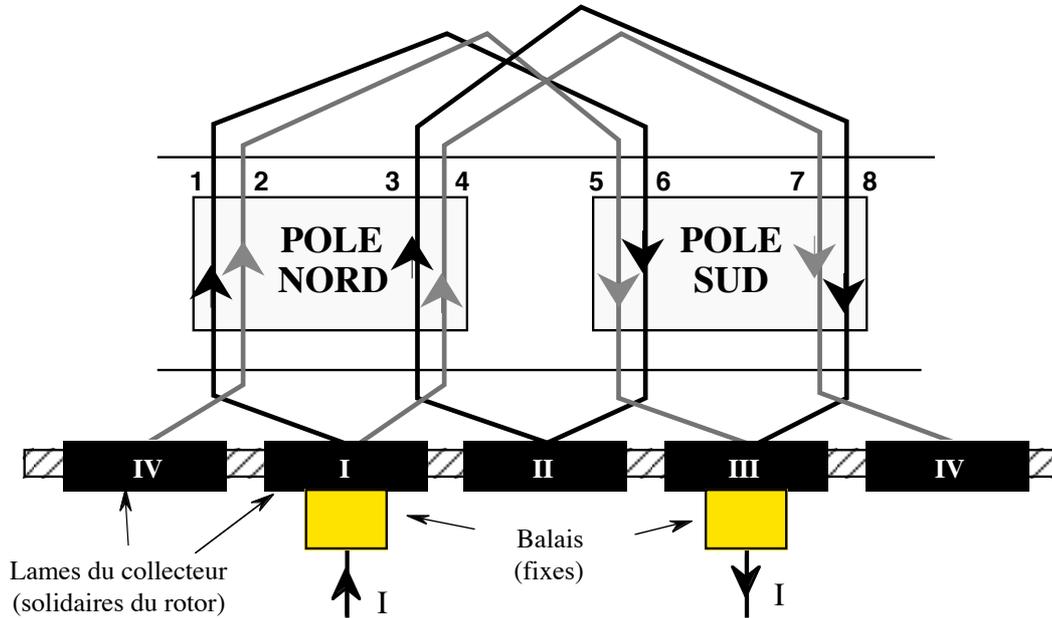


Figure 8.12 : schéma panoramique pour un bobinage ondulé.

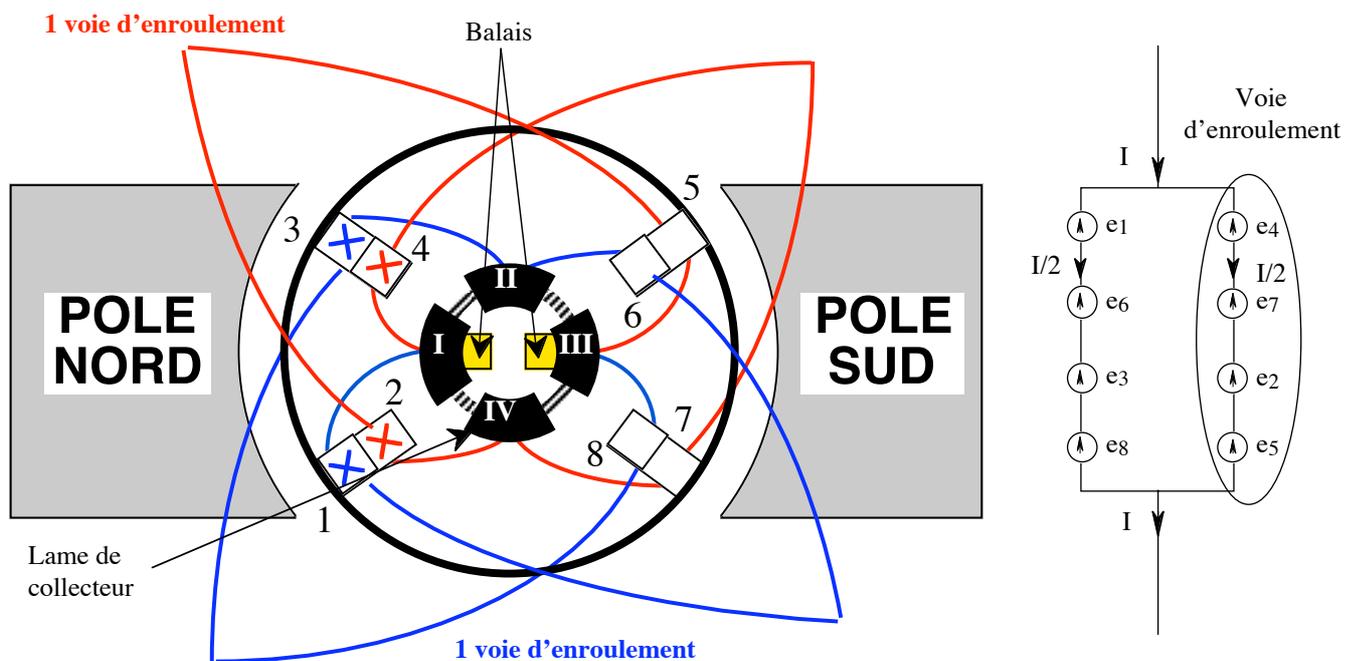


Figure 8.13 : coupe schématique pour ce même bobinage ondulé.

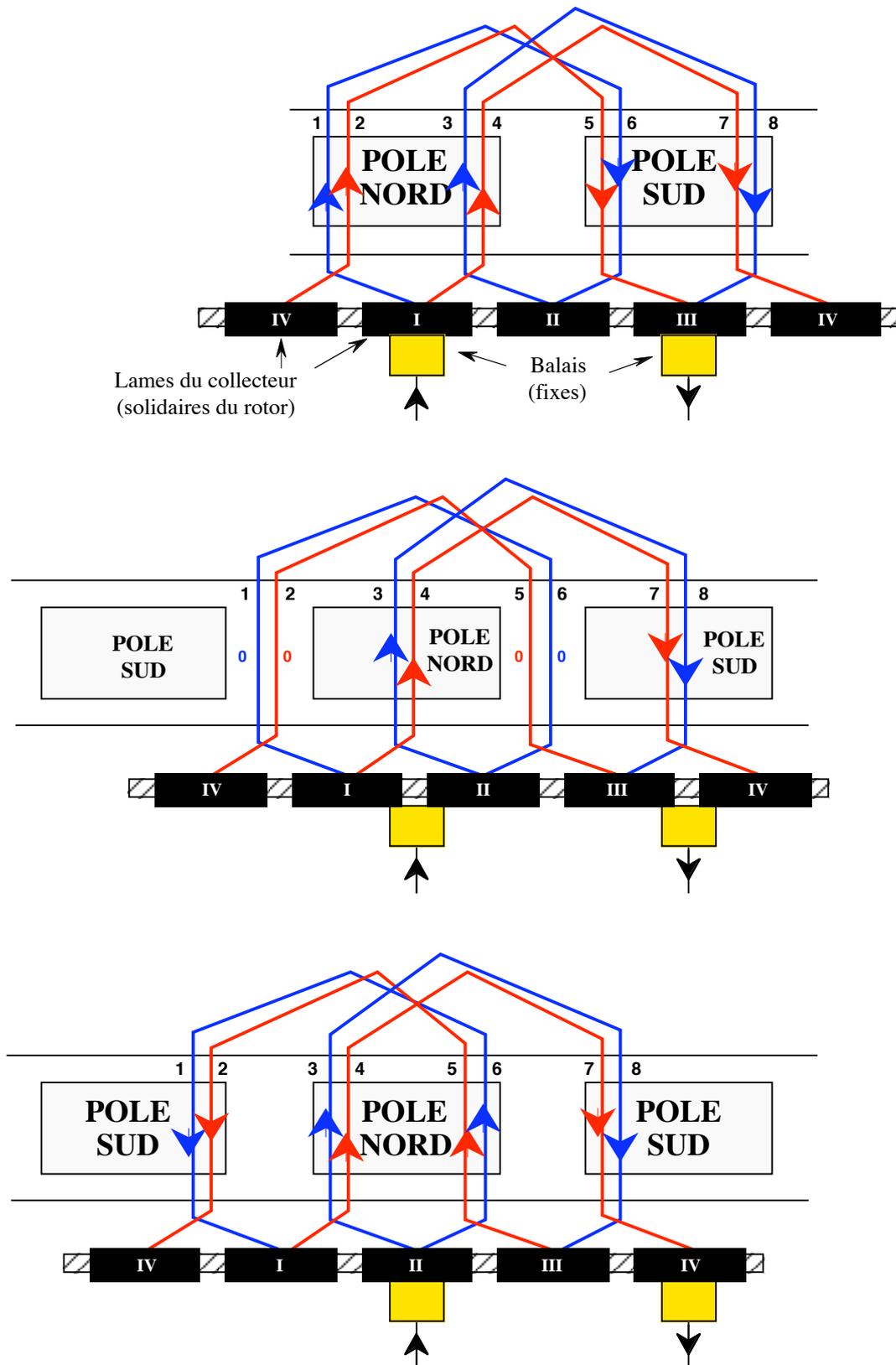


Figure 8.14 : commutations des courants dans une machine CC au cours du temps.

Le collecteur (figure 8.15) est la pièce délicate d'une machine à courant continu. Sa réalisation est coûteuse. Le courant doit s'inverser quand le conducteur passe par la ligne neutre. C'est le phénomène de commutation. Or la coupure d'un courant électrique n'est jamais facile car les inductances s'y opposent. Il se crée généralement des arcs électriques (étincelles) qui endommagent les pièces en contact (usure des balais et détérioration des lames par fusion). Pour améliorer la commutation dans les machines performantes, des pôles auxiliaires situés entre les pôles principaux permettent de créer une f.e.m. s'opposant à la tension inductive.

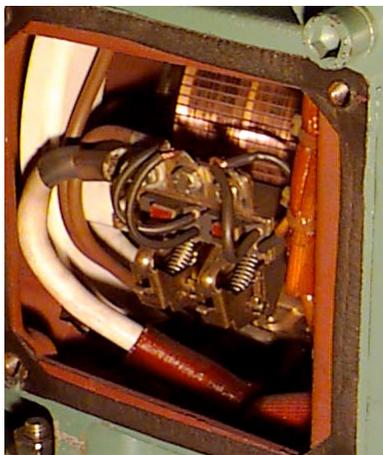


Figure 8.15 : exemple de collecteur et de balais d'une machine à courant continu.

Le collecteur est une des limitations des machines à courant continu. Il nécessite un entretien régulier (changement des balais, rectification du collecteur) et limite la tension d'une machine à courant continu (environ 1,8 kV), donc sa puissance.

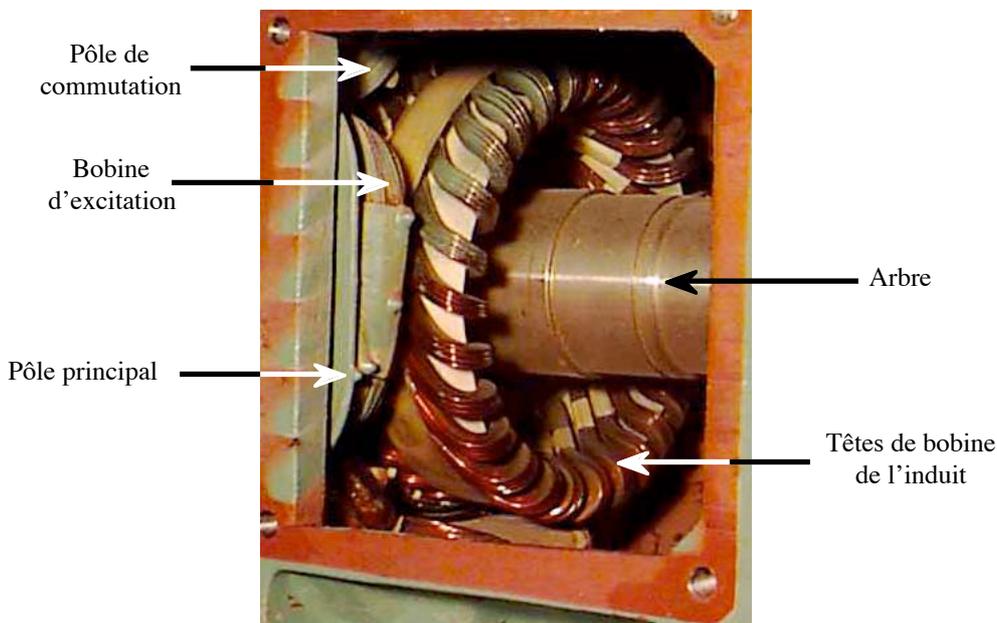


Figure 8.16 : machine à courant continu, têtes de bobines de l'induit, inducteur (pôles principaux et de commutation).

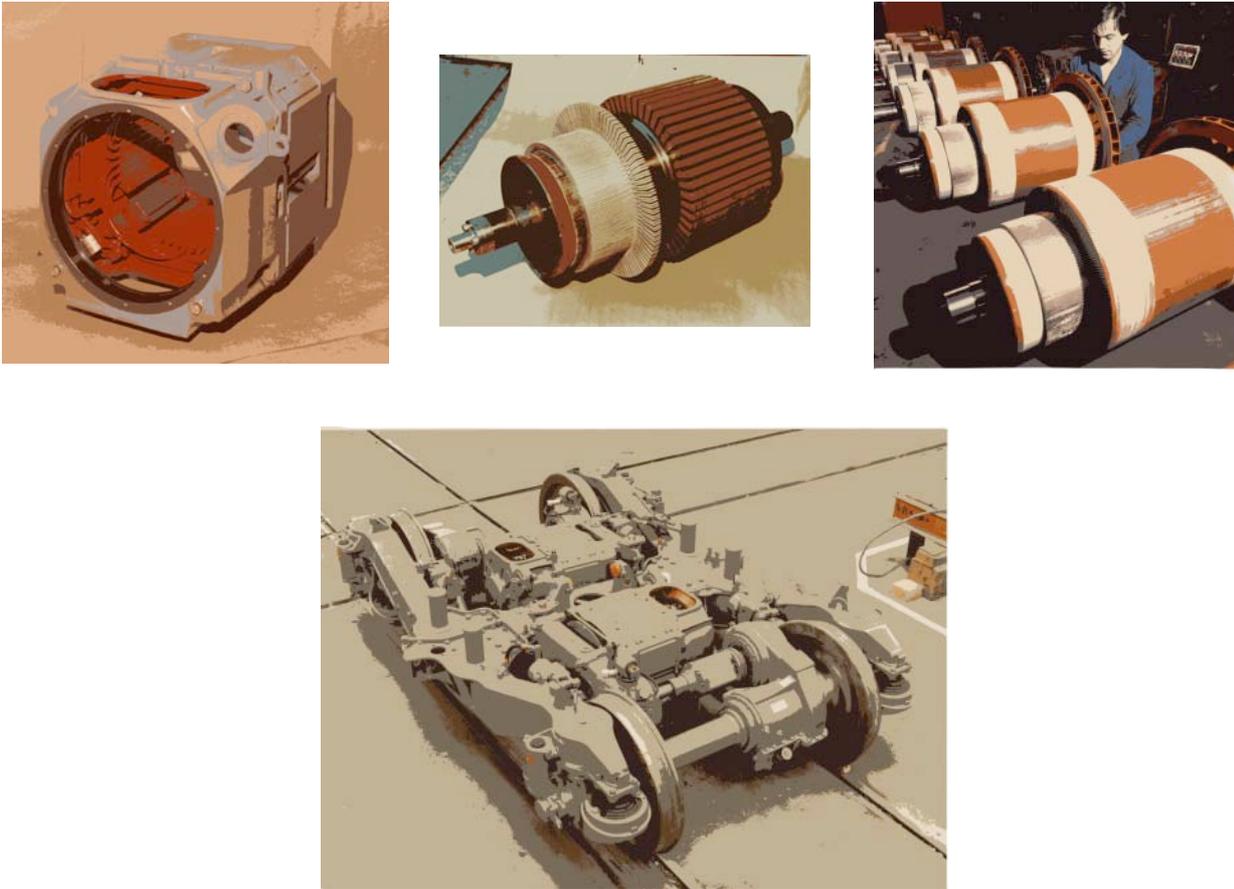


Figure 8.17 : machine à courant continu du T.G.V. P.S.E., stator, induit avant et après bobinage, moteurs dans le boggie (photos Alstom - SNCF).

Le collecteur est un onduleur de courant mécanique. Il est possible d'imaginer un onduleur électronique. Cet onduleur électronique (fig. 8.18) serait une source de courant qui inverse le sens du courant quand le conducteur passe par la ligne neutre (entre les pôles). Il nécessite donc un capteur de position du rotor.

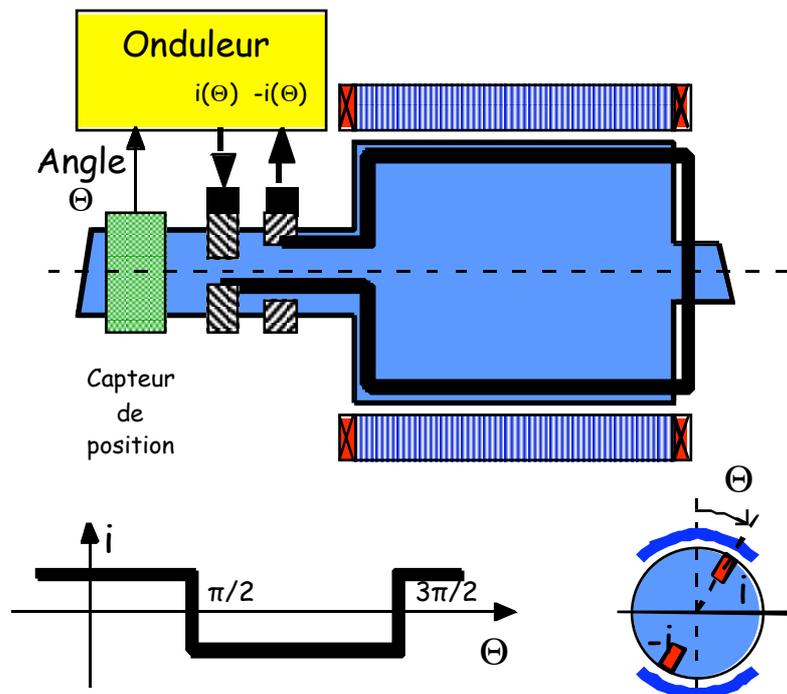


Figure 8.18 : onduleur électronique remplaçant l'onduleur mécanique qu'est le collecteur.

8.5. Caractéristiques

8.5.1 f.e.m. à vide ($I = 0$, machine figure 8.14)

$$E \underset{\substack{\text{redressement} \\ \downarrow \\ \approx \text{constante}}}{\approx} \frac{n}{2} \langle e \rangle \quad \begin{cases} \langle e \rangle : \text{valeur moyenne de la f.e.m. aux bornes d'un conducteur} \\ n : \text{nombre total de conducteurs de l'induit} \end{cases}$$

Le facteur 2 provient des deux voies d'enroulement.

$$\langle e \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} b(t) L_z \Omega R dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi b(\theta) L_z \Omega R d\theta = \frac{1}{\pi} \Omega \int_0^\pi b(\theta) L_z R d\theta = \frac{1}{\pi} \Omega \varphi(i)$$

$$E = \frac{n}{2\pi} \Omega \varphi(i) \quad \begin{cases} \Omega : \text{vitesse de rotation (rd/s)} \\ n : \text{nombre total de conducteur en série à l'induit} \\ \varphi(i) : \text{flux inducteur sous un pôle} \end{cases}$$

Cette formule, établie pour une machine bipolaire, se généralise pour une machine à courant continu quelconque :

$$E = k \Omega \varphi(i)$$

k est un coefficient fonction des caractéristiques de construction de la machine (nombre de spires, de pôles, ...).
 k est une constante connue (ou accessible expérimentalement) pour une machine donnée.

La f.e.m. (ou f.c.e.m.) est une fonction linéaire de la vitesse. Les figures 8.19 et 8.20 donnent des exemples de caractéristiques à vide $E(i)$ et $E(\Omega)$.

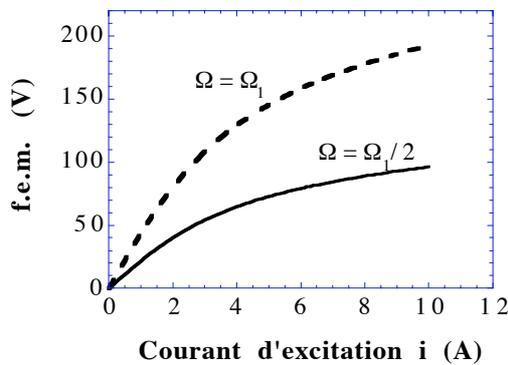


Figure 8.19 : caractéristique $E(i)$ machine CC.

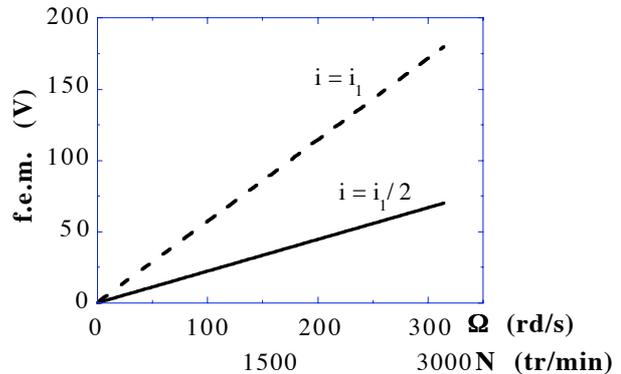


Figure 8.20 : caractéristique $E(\Omega)$ machine CC.

Attention, Ω est exprimée en rd/s. Souvent la vitesse de rotation est exprimée en tr/min. Le facteur de conversion est :

$$\Omega = \frac{2\pi}{60} N \quad \Omega \text{ en rd/s} , N \text{ en tr/min}$$

8.5.2 f.e.m. en charge ($I \neq 0$)

On obtient la même expression pour la f.e.m. mais il faut considérer maintenant le champ de réaction magnétique d'induit (figure 8.19). Le flux comprend deux contributions, celle de l'inducteur et celle de l'induit (figure 8.21).

$$E = k \Omega \varphi(i, I)$$

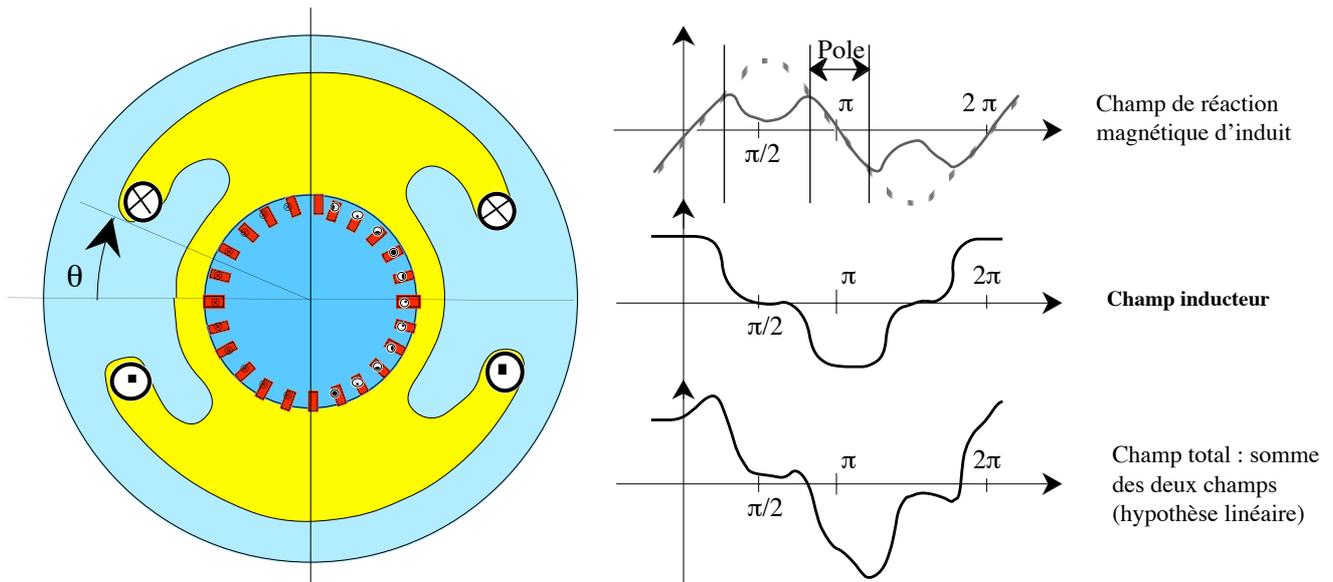


Figure 8.21 : champ de réaction magnétique d'induit, champ inducteur et champ total dans une machine CC.

On pourrait montrer que :

- la réaction magnétique d'induit n'a pas d'influence sur le flux si la machine est linéaire,
- la réaction magnétique d'induit peut être compensée par des enroulements spécifiques placés sous les pôles et parcourus par le courant d'induit (enroulement de compensation).

Par conséquent on pourra négliger dans la majorité des cas l'effet de la réaction magnétique d'induit :

$$\varphi(i, I) \approx \varphi(i)$$

8.5.3 Couple

L'expression du couple électromagnétique dans une machine à courant continu peut être établie par deux méthodes.

◆ Calcul direct

La force élémentaire sur un conducteur de l'induit d'une machine à courant continu bipolaire est donnée par :

$$f = \frac{I}{2} b L_z \quad \text{Le facteur 2 provient des deux voies d'enroulements (figure 8.14) : courant moitié.}$$

$$\Gamma_e \approx n \langle f \rangle R \quad (\text{la moyenne est due au collecteur, à l'image de la f.e.m.})$$

$$\Gamma_e = n R \frac{I}{2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi b(\theta) L_z d\theta = \frac{n I}{2} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi b(\theta) L_z R d\theta = \frac{n I}{2} \frac{1}{\pi} \varphi(i, I)$$

$$\Gamma_e = \frac{n I}{2} \frac{1}{\pi} \varphi(i, I)$$

Comme pour la f.e.m., on pourrait établir la relation dans le cas général :

$$\Gamma_e = k I \varphi(i, I) \approx k I \varphi(i) \quad (\text{effet de la réaction magnétique négligée})$$

◆ Calcul par les puissances

Pour un fonctionnement moteur, le bilan de puissance donne :

$$\Gamma_e \Omega = P_{\text{absorbée}} - R I^2 = V I - R I^2 = E I = k \Omega \varphi(i, I) I$$

D'où la même expression que par le calcul direct : $\Gamma_e = k I \varphi(i, I)$

Les figures 8.22 et 8.23 donnent des exemples de caractéristiques $\Gamma_e(i)$ et $\Gamma_e(I)$.

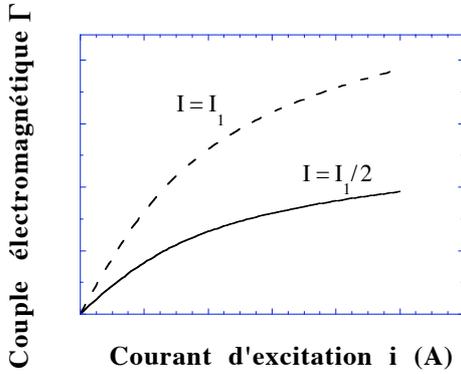


Figure 8.22 : caractéristique $\Gamma(i)$ machine CC.

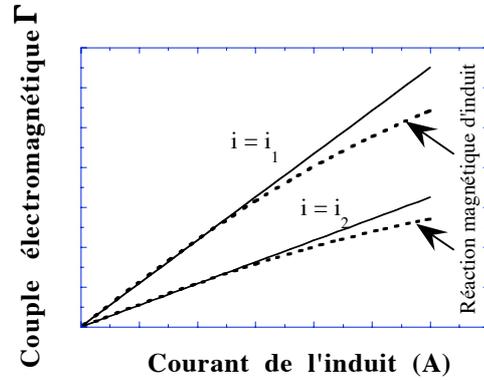


Figure 8.23 : caractéristique $\Gamma(I)$ machine CC.

Pour obtenir le couple utile sur l'arbre il faut retrancher (en fonctionnement moteur) au couple électromagnétique le couple lié aux pertes mécaniques (frottement, ventilation, ...).

8.6. Récapitulatif

R, L : résistance et inductance de l'induit ; effet de la réaction magnétique d'induit négligée.
J : inertie de la ligne d'arbre (machine CC et charge mécanique)

Fonctionnement MOTEUR	Fonctionnement GENERATRICE
<p>◆ <u>Equations électriques :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $V = E + R I$ $E = k \Omega \varphi(i)$ - Régime transitoire : $V = E + L \frac{dI}{dt} + R I$ <p>◆ <u>Equations mécaniques :</u></p> <p>Γ_{res} : couple résistant sur l'arbre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $\Gamma_e = \Gamma_{\text{res}}$ $\Gamma_e = k I \varphi(i)$ - Régime transitoire : $\Gamma_e - \Gamma_{\text{res}} = J \frac{d\Omega}{dt}$ 	<p>◆ <u>Equations électriques :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $V = E - R I$ $E = k \Omega \varphi(i)$ - Régime transitoire : $V = E - L \frac{dI}{dt} - R I$ <p>◆ <u>Equations mécaniques :</u></p> <p>Γ_{ent} : couple d'entraînement de l'arbre</p> <ul style="list-style-type: none"> - Régime permanent : $\Gamma_e = \Gamma_{\text{ent}}$ $\Gamma_e = k I \varphi(i)$ - Régime transitoire : $\Gamma_{\text{ent}} - \Gamma_e = J \frac{d\Omega}{dt}$

8.7 Fonctionnement en génératrice

Une machine à courant continu n'est pratiquement plus utilisée comme source de courant ou de tension continue proprement dite. Il est beaucoup plus intéressant de produire courant et tension continue à partir de grandeurs alternatives qui sont ensuite redressées.

Mais le fonctionnement en génératrice peut être un régime particulier d'un moteur électrique qui freine par exemple.

9. - MOTEURS A COURANT CONTINU

9.1 Introduction

9.1.1 Exemples de moteurs à courant continu

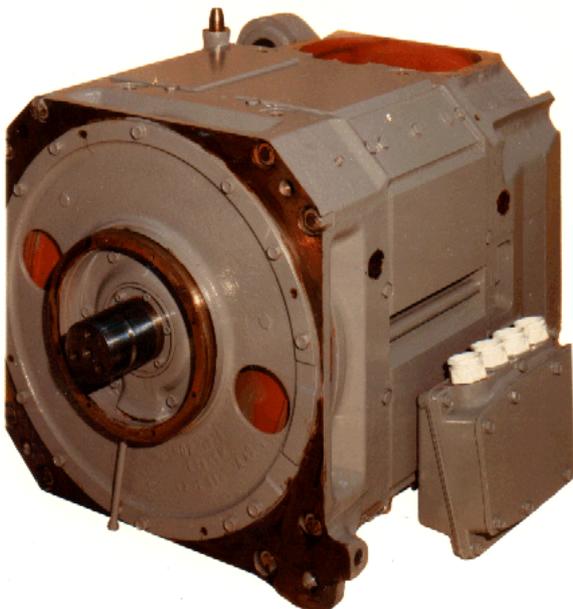


Moteur à courant continu Leroy Somer 47,5 kW à 3100 tr/min

$V = 440 \text{ V}$; $I = 120 \text{ A}$
 $L = 2,1 \text{ mH}$; $R = 0,149 \Omega$ (115°C) ($\tau_{\text{elec}} = 14 \text{ ms}$)

Ventilation forcée : 0,4 kW, 700 m³/h
Excitation (séparée) : 0,8 kW (1,7 % P_n)
Rendement : 88,5 %
Masse totale : 212 kg
Moment d'inertie : 0,20 kg m²
Encombrement : 850 x 245 x 260 mm³
(hors ventilateur)

Figure 9.1 : moteur à courant continu de 47 kW à 3100 tr/min (Leroy Somer)



(Photo Alstom)

Moteur à courant continu Alstom (TAB 676) 537 kW à 2780 tr/min

$V = 1087 \text{ V}$; $I = 530 \text{ A}$ ($I_{\text{dém}} = 1000 \text{ A}$ pendant quelques minutes)

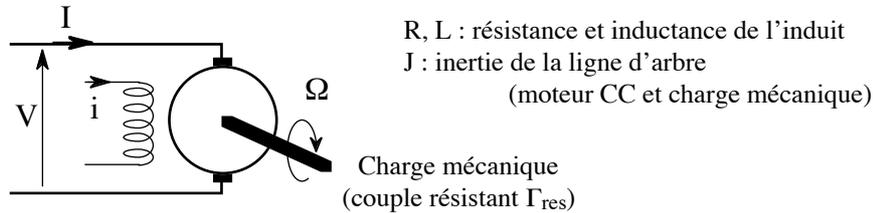
$L = 7 \text{ mH}$ (avec inductance de lissage)
 $R = 0,04 \Omega$ (115°C) ($\tau_{\text{elec}} = 175 \text{ ms}$)

Auto ventilation : 2340 m³/h
Excitation série : 3,5 kW (0,65 % P_n)
Rendement : 95 %
Masse totale : 1515 kg
Encombrement : 830 x 670 x 670 mm³

Figure 9.2 : moteur à courant continu du TGV Paris Sud Est (Alstom)

9.1.2 Equations de fonctionnement d'un moteur à courant continu

Fonctionnement MOTEUR



Réaction magnétique d'induit négligée

◆ Equations électriques :

- Régime permanent : $V = E + R I$ $E = k \Omega \varphi(i)$

- Régime transitoire : $V = E + L \frac{dI}{dt} + R I$

◆ Equations mécaniques :

- Régime permanent : $\Gamma_e = \Gamma_{res}$ $\Gamma_e = k I \varphi(i)$

- Régime transitoire : $\Gamma_e - \Gamma_{res} = J \frac{d\Omega}{dt}$

Les grandeurs nominales d'une machine sont V_n, I_n, i_n . Elles correspondent au fonctionnement pour lequel la machine a été calculée par le constructeur. Ce sont les grandeurs garanties par le constructeur. Ces valeurs sont indiquées sur la plaque signalétique. Pour le courant d'induit il est en général possible de dépasser la valeur nominale pour une durée limitée comme lors d'un démarrage. Ces surcharges transitoires sont données par le constructeur. Le tableau 9.1 donne un exemple.

Surcharge	Durée	Nombre de surcharges par	
		20 minutes	100 minutes
1,8 I_n	20 s	1	5*
1,6 I_n	1 minute	1	5*
1,2 I_n	2 minutes	1	5*
1,1 I_n	4 minutes	1	5*
1,05 I_n	10 minutes	-	1

* : non consécutive

Tableau 9.1 : surcharge admissible en régime établi en fonction du temps.
(Documentation Leroy Somer)

9.1.3 Fonctionnement stable d'un moteur

Le point de fonctionnement d'un ensemble moteur-charge est donné par :

$$\Gamma_{\text{moteur}} = \Gamma_{\text{rés}} \quad (\text{relation générale : } \Gamma_{\text{moteur}} - \Gamma_{\text{rés}} = J \frac{d\Omega}{dt})$$

Le point de fonctionnement P est par conséquent donné par l'intersection des courbes $\Gamma_{\text{moteur}}(\Omega)$ et $\Gamma_{\text{rés}}(\Omega)$. Ce point P est stable si, à la suite d'une perturbation, le système réagit pour retrouver son régime avant la perturbation.

Le cas de la figure 9.3 est stable : si le groupe ralentit, le couple moteur devient supérieur au couple résistant et l'arbre accélère. Au contraire si le groupe a tendance à accélérer, le couple moteur devient inférieur au couple résistant et l'arbre ralentit.

Par contre, le cas de la figure 9.4 est instable : si le groupe ralentit, le couple moteur devient inférieur au couple résistant et l'arbre ralentit encore plus. Au contraire si le groupe a tendance à accélérer, le couple moteur devient supérieur au couple résistant et l'arbre accélère encore pour s'éloigner de son point de fonctionnement initial.

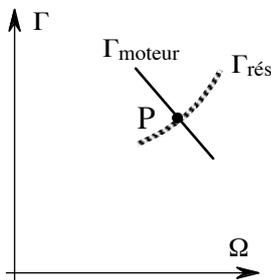


Figure 9.3 : point de fonctionnement stable.

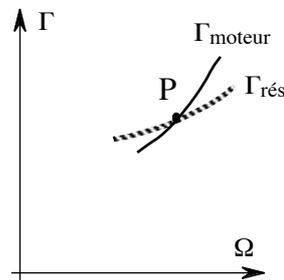


Figure 9.4 : point de fonctionnement instable.

La condition de stabilité d'un point de fonctionnement P est :

$$\left. \frac{\partial \Gamma_{\text{mot}}}{\partial \Omega} \right|_P < \left. \frac{\partial \Gamma_{\text{rés}}}{\partial \Omega} \right|_P$$

Dans le cas général, le couple résistant croît avec la vitesse, donc $\frac{\partial \Gamma_{\text{rés}}}{\partial \Omega} > 0$.

Par conséquent si $\frac{\partial \Gamma_{\text{mot}}}{\partial \Omega} < 0$, le fonctionnement sera toujours stable.

La partie de la caractéristique d'un moteur pour laquelle $\frac{\partial \Gamma_{\text{mot}}}{\partial \Omega} < 0$ est dite partie stable de sa caractéristique moteur.

9.2 Moteur à excitation séparée

Considérons une machine à courant continu à excitation séparée alimentée par une source de tension variable.

9.2.1 Caractéristique mécanique $\Gamma(\Omega)$

Hypothèses : - excitation indépendante i ,
- réaction magnétique d'induit négligée.

On pose : $K = k \varphi(i)$

Dans ces conditions les équations en régime permanent s'écrivent :

$$\begin{cases} V = R I + K \Omega \\ \Gamma_e = K I = \Gamma_{\text{rés}} \end{cases}$$

$$I = \frac{V - K \Omega}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Gamma_e = \frac{K V}{R} - \frac{K^2 \Omega}{R}}$$

Le courant ne peut pas dépasser en régime permanent sa valeur nominale I_n (sauf cas particulier). C'est I_n qui limite donc le couple maximum développé par la machine :

$$\Gamma_e^{\max} = K I_n$$

De même, la tension ne peut dépasser la valeur nominale V_n . La figure 9.5 donne la caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$. Le plan (Γ, Ω) est constitué de quatre quadrants. Le fonctionnement moteur (Γ et Ω positifs) représente un quadrant.

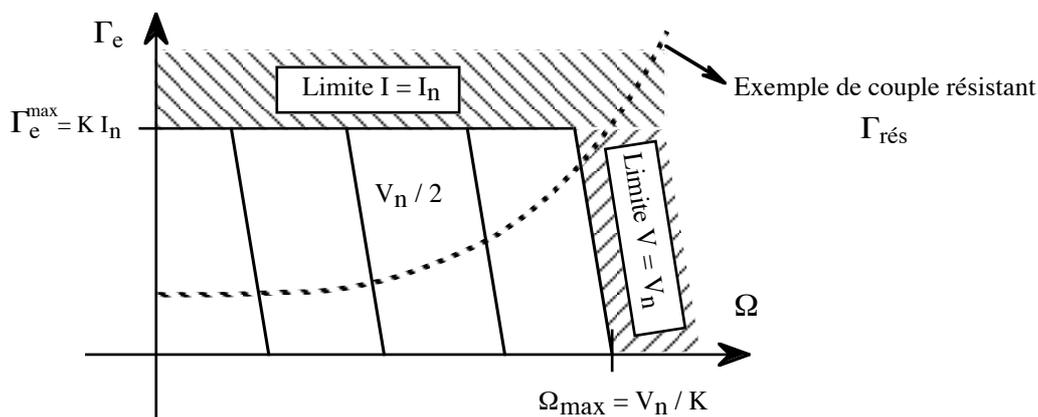


Figure 9.5 : caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ d'un moteur à courant continu à excitation séparée donnée.

9.2.2 Variation de vitesse par la tension d'induit (excitation donnée)

Dans le cas d'une machine idéale ($R \approx 0$; ce n'est pas très éloigné de la réalité pour les machines au-delà de quelques kW), la caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ est une verticale dont la vitesse est fixée par la tension d'alimentation :

$$\Omega = V/K$$

Pour faire varier la vitesse d'une machine à courant continu, *il suffit donc de faire varier la tension à ses bornes*. De plus on reste totalement maître du couple puisque celui-ci dépend seulement des courants d'induit et d'excitation. La figure 9.5 indique que le couple peut être maximum par exemple sur pratiquement la totalité de la plage en vitesse ($\Omega \leq (V_n - R I_n)/K$).

Cette commande en vitesse par la tension d'induit permet par conséquent de piloter la machine en vitesse et de maîtriser entièrement le couple.

Dans une machine à courant continu à excitation fixée :
la vitesse est donnée par la tension ; le couple est donné par le courant.

Remarque : un moteur à courant continu à vide s'emballé si l'excitation disparaît (déconnexion d'un fil, fusion d'un fusible, etc. ...), en effet :

$$\Omega = V/k \varphi(i) \quad i = 0 \Rightarrow \varphi(i) \rightarrow 0 \Rightarrow \Omega \rightarrow \infty$$



Il est donc important de prévoir une coupure de l'alimentation de l'induit en cas de manque d'excitation.

9.2.3 Variation de vitesse par l'excitation (tension d'induit donnée)

Il est possible également de faire varier la vitesse d'une machine à courant continu en jouant sur son excitation. En négligeant la résistance de l'induit la relation entre la vitesse et le courant d'excitation est en effet :

$$\Omega = \frac{V}{k \varphi(i)} \quad \Rightarrow \quad \Omega \stackrel{\text{linéaire}}{\approx} \frac{V}{k' i}$$

Contrairement à la commande par la tension, ce pilotage en vitesse par le courant d'excitation ne permet pas de rester maître du couple puisque celui-ci dépend directement du courant d'excitation :

$$\Gamma = k \varphi(i) I \quad \Rightarrow \quad \Gamma \stackrel{\text{linéaire}}{\approx} k' i I$$

Si on veut augmenter la vitesse, il faut diminuer le courant d'excitation mais le couple décroît alors.

Cette variation de vitesse par l'excitation n'est pas utilisable pour démarrer un moteur alimenté sous tension constante. Par contre elle est utilisée pour augmenter la vitesse à puissance constante, en général nominale. En effet lorsque la tension d'induit a atteint sa valeur nominale, il est possible d'accroître encore la vitesse en diminuant l'excitation. Le courant d'induit peut être maintenu à sa valeur nominale pour disposer du couple maximum. Celui-ci diminue néanmoins. Ce fonctionnement est à puissance constante (nominale) ; il est intéressant pour augmenter la vitesse d'un entraînement sans augmenter sa puissance, il élargit le domaine d'utilisation de la machine. La caractéristique $\Gamma(\Omega)$ est alors une hyperbole :

$$\Gamma = \frac{V I - R I^2}{\Omega} \quad \Gamma = \frac{V_n I_n - R I_n^2}{\Omega} \quad (\text{fonctionnement à puissance nominale})$$

La figure 9.6 indique la caractéristique $\Gamma(\Omega)$ lorsque le courant d'induit est fixé (I_n par exemple).

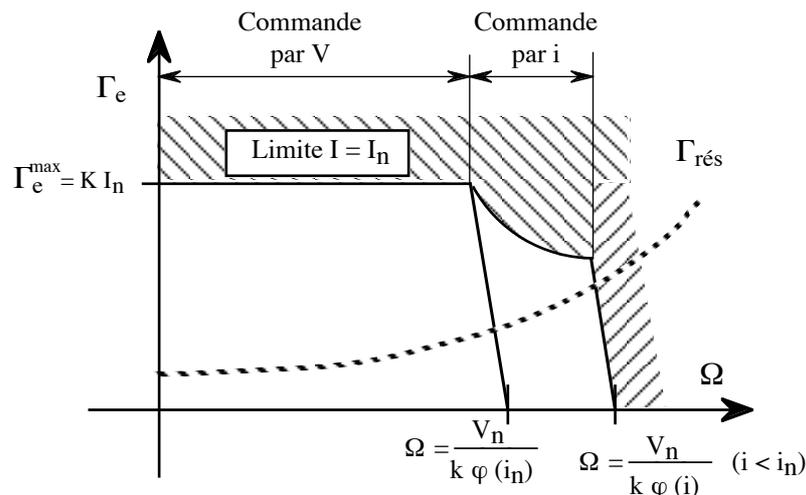


Figure 9.6 : caractéristique $\Gamma_e(\Omega)$ d'un moteur à courant continu, commande par l'induit puis par l'inducteur.

Bien entendu, cette commande par l'excitation n'est pas possible avec une machine à aimants permanents.

9.2.4 Fonctionnement général dans les quatre quadrants

La machine à courant continu étant totalement réversible, il peut être intéressant de la faire fonctionner dans les quatre quadrants du plan Γ (Ω). Si cela ne pose aucun problème pour la machine, l'alimentation devra permettre par contre ce fonctionnement en étant elle-même réversible en courant ou en tension.

Si l'alimentation le permet, la tension et le courant peuvent être négatifs (et limités toujours à $-I_n$ et $-V_n$). Si la tension est positive, un courant négatif signifie un couple négatif, soit un couple de freinage et donc un fonctionnement comme génératrice. Une tension négative correspond à une vitesse négative. Dans ces conditions, la caractéristique 4 quadrants est donnée par la figure 9.7.

Si l'alimentation n'est pas réversible, seul le fonctionnement dans le quadrant 1 est possible. Pour une alimentation réversible en tension (ou bien en courant) les quadrants 4 (2) sont accessibles.

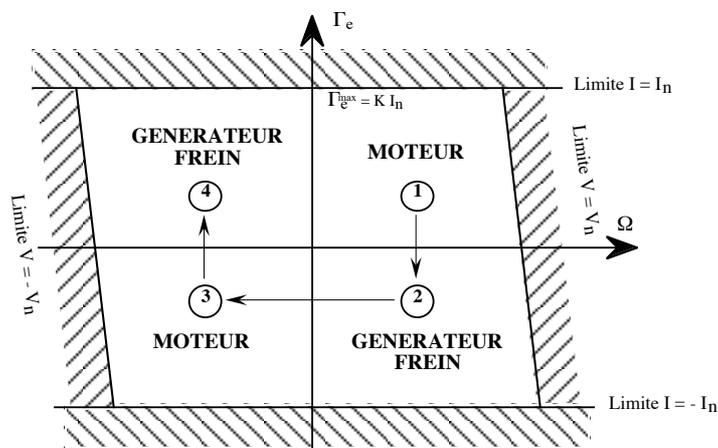


Figure 9.7 : caractéristiques limites d'un moteur à courant continu à excitation séparée donnée dans le plan (Γ , Ω).
(Alimentation 4 quadrants permettant courant et tension négatifs)

Ces différents fonctionnements peuvent être illustrés par une locomotive électrique qui monte puis descend en freinant électriquement (figure 9.8).

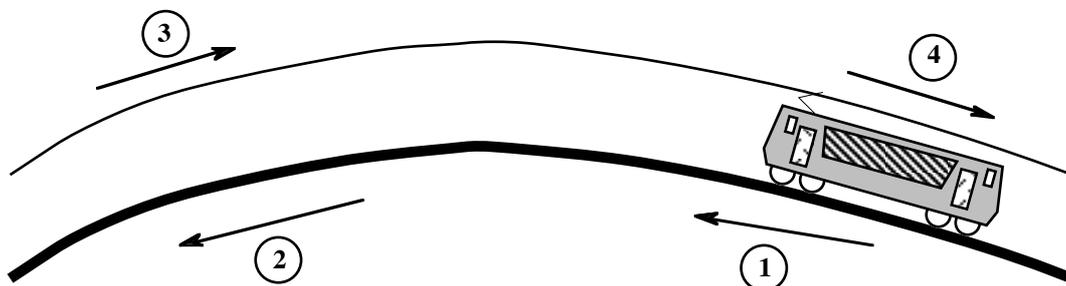


Figure 9.8 : locomotive électrique évoluant dans les 4 quadrants.

- Remarques :
- si l'alimentation ne permet pas l'inversion de la tension et du courant, il est possible d'inverser la vitesse en inversant les connexions de l'induit ou bien celles de l'inducteur,
 - si l'alimentation n'est pas réversible en courant, il est possible de freiner en reliant l'induit à des résistances (freinage rhéostatique).

9.3 Machine série

9.3.1 Moteur à courant continu série

L'induit et l'inducteur d'une machine à courant continu série sont parcourus par le même courant I . Les expressions de la f.c.e.m. et du couple électromagnétique sont par conséquent :

$$\begin{cases} E = k \varphi (I) \Omega \\ \Gamma = k \varphi (I) I \end{cases} \quad \text{Machine linéaire} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} E = k' I \Omega \\ \Gamma = k' I^2 \end{cases}$$

En tenant compte de la saturation du circuit magnétique, le couple croît comme le carré du courant puis devient proportionnel au courant pour de grandes valeurs du courant (figure 9.9).

Alimenté sous tension donnée, la caractéristique mécanique du moteur CC série linéaire est :

$$\Gamma = \frac{k'}{(R + k' \Omega)^2} V^2 \quad R : \text{résistance totale (induit et inducteur).}$$

La figure 9.10 représente cette caractéristique avec les limitations habituelles, outre celle liée à la vitesse qui est d'origine mécanique. Elle indique que le couple est très élevé au démarrage et que le moteur série peut s'emballer à vide si le couple résistant n'est pas suffisant.

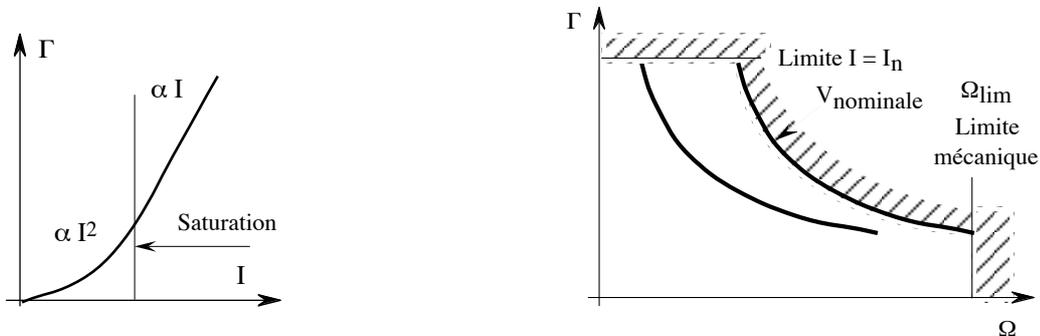


Figure 9.9 : caractéristique $\Gamma(I)$ d'un moteur CC série.

Figure 9.10 : caractéristique $\Gamma(\Omega)$ d'un moteur CC série.

Le moteur à courant continu série est le moteur de traction par excellence. Ses avantages sont :

- une seule alimentation,
- un couple de démarrage très élevé,
- une très grande stabilité ($\partial\Gamma/\partial\Omega$ très négatif),
- un bon comportement du moteur grâce au lissage du courant par l'inducteur,
- une construction robuste, notamment l'inducteur (conducteur de section importante).

9.3.2 Moteur universel

Le couple dans une machine à courant continu série étant proportionnel au carré du courant (machine linéaire), le couple sera non nul si le courant est sinusoïdal. Le moteur série peut être donc alimenté par des grandeurs alternatives, d'où son nom de moteur universel. Cependant la commutation qui pose déjà des problèmes lorsque le moteur est alimenté en courant continu, devient extrêmement délicate et limite l'emploi de ce moteur. De plus le couple comprend une forte composante pulsatoire (à deux fois la fréquence) d'où des vibrations et du bruit. Enfin le facteur de puissance du moteur universel n'est pas très bon.

Le circuit magnétique du stator devra être, comme celui du rotor, feuilleté pour réduire les pertes fer. Par ailleurs il ne faut oublier la chute de tension inductive au stator en alternatif ($L \, dI/dt$, L : inductance de l'induit et de l'inducteur).

Une option a été d'alimenter ce moteur à des fréquences inférieures (16,67 ou 25 Hz) aux fréquences industrielles. Les problèmes de commutations sont alors moins difficiles. Cela explique la traction ferroviaire électrique en Suisse et en Allemagne à 16,67 Hz.

9.4 Exemple de fonctionnement à vitesse variable, démarrage

9.4.1 Constantes de temps

◆ Constante de temps électrique

Elle est donnée par $\tau_{\text{élec}} = L/R$. Suivant les machines (puissance, taille, ...), la constante de temps électrique vaut entre quelques ms et quelques dixièmes de seconde. Le courant s'établit par conséquent rapidement, après quelques $\tau_{\text{élec}}$. Le régime transitoire électrique dure en général peu.

◆ Constante de temps mécanique

Elle est donnée par l'inertie de l'arbre machine, ses pertes mécaniques et la charge. Suivant les machines (puissance, taille), la constante de temps mécanique vaut entre quelques centièmes de seconde et quelques minutes. La vitesse ne s'établit pas instantanément, seulement après quelques $\tau_{\text{mécan}}$. Le régime transitoire mécanique est en général long, surtout en comparaison avec le régime transitoire électrique.

La différence importante en général entre les constantes de temps électrique et mécaniques permet de dissocier les phénomènes électriques (rapides) de ceux mécaniques (lents). Ce n'est cependant pas toujours vrai. Dans certains cas, la constante de temps électrique peut être du même ordre de grandeur que la constante de temps mécanique, voire plus élevée. Il n'est alors plus possible de dissocier les phénomènes électriques et mécaniques. Dans la suite nous considérerons $\tau_{\text{élec}} \ll \tau_{\text{méc}}$.

9.4.2 Démarrage

On a toujours intérêt à démarrer au couple maximum, c'est à dire avec l'excitation maximale, souvent la valeur nominale.

Démarrage : $\Omega = 0$; $E = 0$.

Si la pleine tension V_o est appliquée directement au moteur, l'équation est : $V_o = R I + L \frac{dI}{dt} + E$

Compte tenu de la différence des constantes de temps électrique et mécanique, le courant va s'établir bien avant que la machine ne prenne de la vitesse et nous pourrions considérer le f.c.e.m E nulle pendant le régime transitoire électrique. L'expression du courant est dans ces conditions :

$$I = \frac{V_o}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{élec}}}} \right) \quad \tau_{\text{élec}} = \frac{L}{R}$$

Très rapidement, le courant va prendre des valeurs extrêmement élevées. Par exemple, pour le moteur de la figure 9.1, le courant vaudra 2800 A au bout de 42 ms, soit 23 fois la valeur nominale ! Cette mise en route est donc à proscrire absolument.

Supposons néanmoins que la machine supporte cette surintensité ou que celle-ci soit plus faible (résistance plus importante par exemple) et étudions l'évolution temporelle des grandeurs vitesse et courant pour un moteur à excitation séparée constante ($K = k \varphi(i)$). Pour cela nous allons maintenant négliger le régime transitoire électrique. Cela revient donc à négliger le terme $L \frac{dI}{dt}$ dans l'équation électrique. Le système à résoudre se réduit par conséquent à :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = K I - \Gamma_{\text{rés}} \quad \& \quad V_o = R I + K \Omega$$

Pour mener quelques calculs, le couple résistant sera supposé être de la forme : $\Gamma_{\text{rés}} = a \Omega$

Dans ces conditions, l'équation mécanique devient : $J \frac{d\Omega}{dt} + \left[a + \frac{K^2}{R} \right] \Omega = \frac{K V_o}{R}$

Compte tenu des conditions initiales ($\Omega = 0$ à $t = 0$), l'évolution temporelle de la vitesse est donnée par :

$$\Omega = \Omega_{\text{fin}} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_{\text{élec}}}} \right] \quad \Omega_{\text{fin}} = \frac{V_o}{K + a R/K} \quad \left(\Omega_{\text{fin}} \approx \frac{V_o}{K} \right)$$

$$\tau_{\text{méc}} = \frac{J}{a + K^2/R}$$

On en déduit par conséquent l'évolution temporelle du courant :

$$I = \frac{V_o - K \Omega}{R} = \frac{V_o - K \Omega_{\text{fin}}}{R} + \frac{K \Omega_{\text{fin}}}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{élec}}}} = I_{\text{fin}} + \frac{K \Omega_{\text{fin}}}{R} e^{-\frac{t}{\tau_{\text{élec}}}}$$

$$I_{\text{fin}} = \frac{a}{K^2 + R a} V_o \quad \left(I_{\text{fin}} \approx \frac{a V_o}{K^2} \right)$$

Les évolutions de la vitesse et du courant sont données par la figure 9.11 avec un agrandissement aux premiers instants.

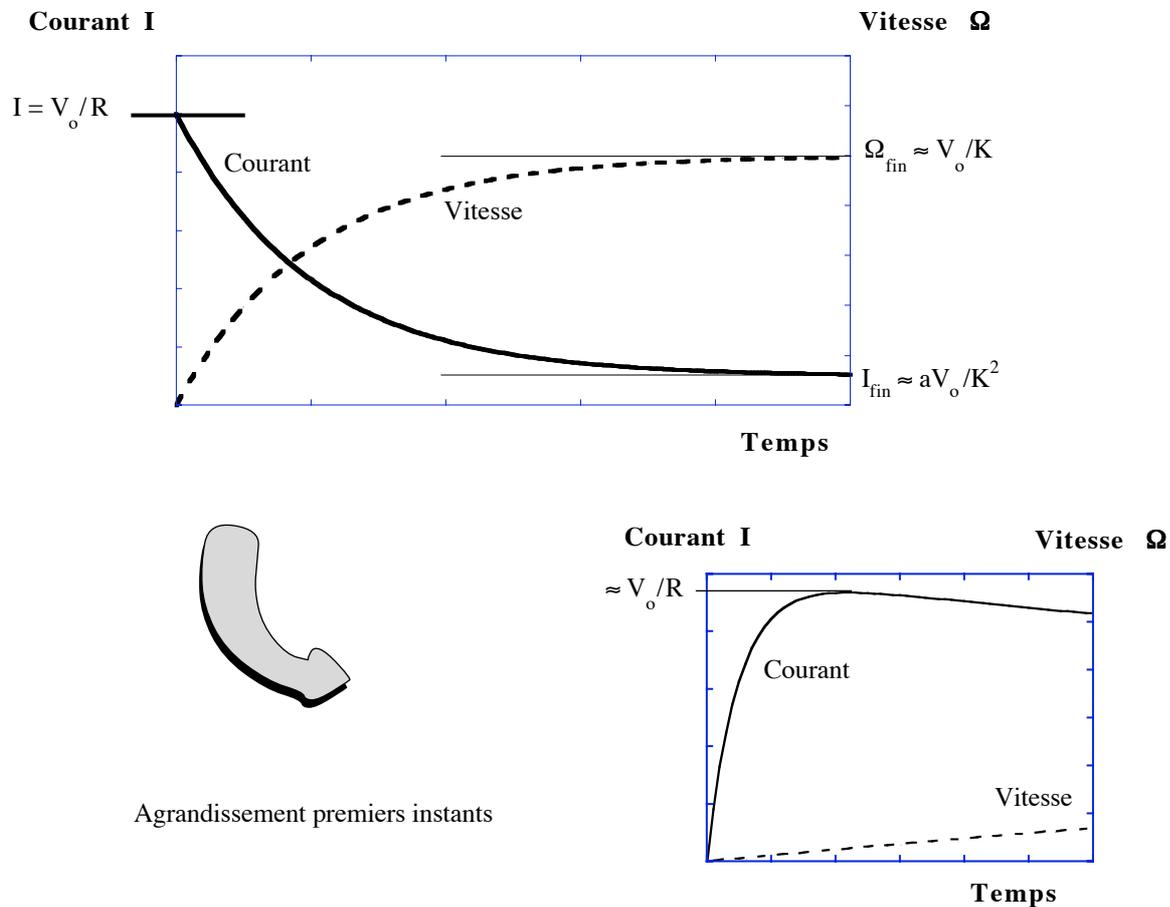


Figure 9.11 : courant et vitesse au cours d'un démarrage sans limitation de courant.

En général le courant est beaucoup trop important au démarrage quand le moteur est alimenté directement sous tension nominale. Il faut par conséquent prévoir de faire chuter la tension aux bornes du moteur.

Si on ne dispose pas d'une alimentation variable en tension, il faut faire chuter la tension dans une résistance extérieure que l'on diminue au fur et à mesure que la vitesse s'établit. Cette résistance (rhéostat de démarrage) est supprimée lorsque le régime permanent mécanique est atteint. C'est une solution très éprouvée mais peu satisfaisante d'un point de vue énergétique.

Il est beaucoup plus intéressant d'augmenter progressivement la tension aux bornes du moteur au fur et à mesure que celui-ci prend de la vitesse. Très souvent l'alimentation comprend une limitation interne de courant, il suffit alors de mettre la consigne de tension et de régler le courant maximum de la source en accord avec le courant maximum de la machine (I_n ou au-dessus, $1,5 I_n$ par exemple).

Étudions les différents régimes correspondant à ce démarrage pour une machine à excitation séparée constante ($K = k \varphi(i)$) en négligeant cette fois le couple résistant et en supposant $\tau_{\text{élec}} \ll \tau_{\text{méc}}$ pour pouvoir dissocier les phénomènes électrique et mécanique.

Au début si on néglige le régime transitoire électrique, le courant vaut I_{lim} , fixé par l'alimentation jusqu'à ce que la tension atteigne la valeur de consigne V_o (temps t_1). Les équations sont :

$$t \leq t_1 \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} = K I_{\text{lim}} \quad (\Gamma_{\text{rés}} = 0) \\ V = R I_{\text{lim}} + K \Omega \quad (V \leq V_o) \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega = \frac{K I_{\text{lim}}}{J} t \\ V = R I_{\text{lim}} + \frac{K^2 I_{\text{lim}}}{J} t \end{cases}$$

Cette première phase s'achève à $t = t_1$ lorsque la tension atteint la valeur de consigne V_o soit :

$$V = V_o = R I_{\text{lim}} + \frac{K^2 I_{\text{lim}}}{J} t_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{V_o - R I_{\text{lim}}}{K^2 I_{\text{lim}}/J} \quad \Omega_1 = \frac{K I_{\text{lim}}}{J} t_1 = \frac{1}{K} [V_o - R I_{\text{lim}}]$$

Après t_1 , l'alimentation devient une source de tension et les équations sont alors :

$$t \geq t_1 \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} = K I \\ V_o = R I + K \Omega \end{cases} \quad \begin{cases} J \frac{d\Omega}{dt} + \frac{K^2}{R} \Omega = \frac{K V_o}{R} \\ I = \frac{V_o - K \Omega}{R} \end{cases}$$

$$t \geq t_1 \quad \Omega = \Omega_{\text{fin}} + [\Omega_1 - \Omega_{\text{fin}}] e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad ; \quad I = I_{\text{lim}} e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \quad \begin{cases} \tau = \frac{R J}{K^2} \\ \Omega_{\text{fin}} = \frac{V_o}{K} \end{cases}$$

Les évolutions temporelles de la vitesse et du courant sont données par la figure 9.12.

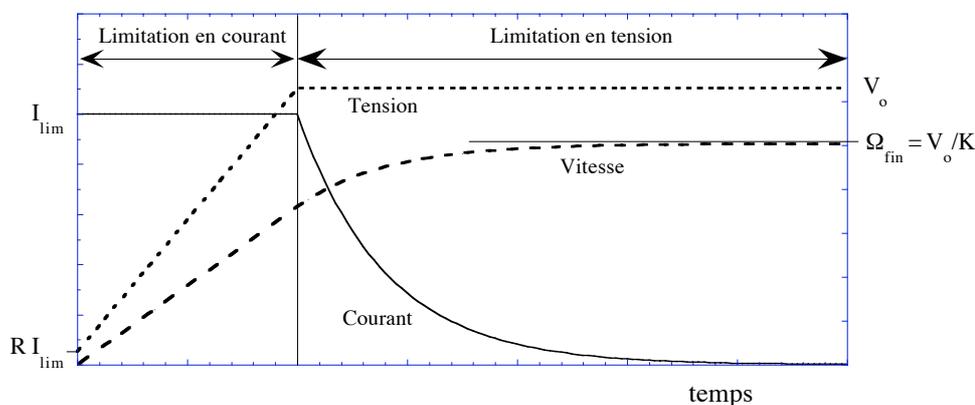
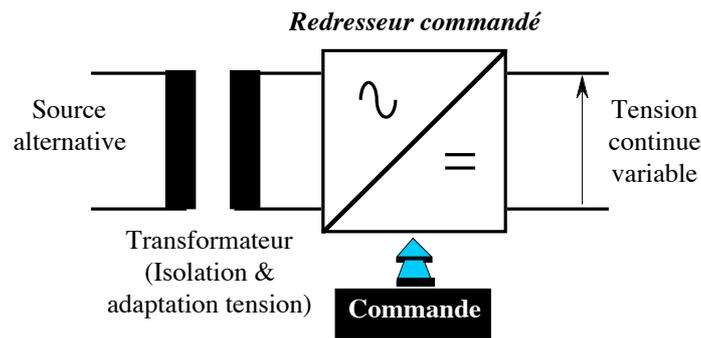


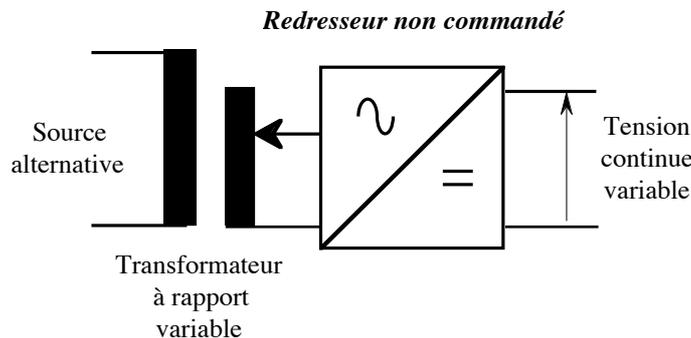
Figure 9.12 : courant, vitesse et tension au cours d'un démarrage avec limitation de courant.

9.5 Quelques réalisations de tension variable

9.5.1 A partir d'une source alternative

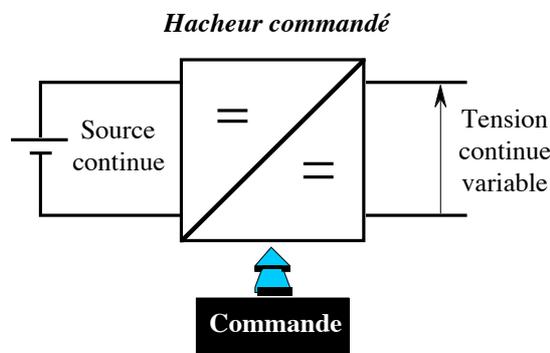


◆ Solution "historique" (et baies de puissance salles de T.P.).



9.5.2 A partir d'une source continue

Transformateur DC : hacheur.



9.6 Résumé

Le moteur à courant continu est le moteur à vitesse variable historique. Son pilotage en vitesse est extrêmement simple puisque la vitesse est pratiquement proportionnelle à la tension d'alimentation. Il est aussi possible de jouer sur le courant inducteur pour modifier la vitesse mais ce mode de pilotage est moins souple que la commande par la tension d'induit. Le couple dépend en effet du courant inducteur et est indépendant de la tension. Le couple donne le courant de l'induit.

Si le pilotage en vitesse d'un moteur à courant continu reste très simple, sa construction est délicate et c'est une machine complexe avec notamment un collecteur fragile qui exige un entretien régulier. Ce collecteur est un onduleur mécanique qui inverse le courant dans les conducteurs de l'induit. La machine à courant continu est limitée en puissance et en tension. C'est pourquoi son domaine d'utilisation se réduit constamment au profit d'autres entraînements à vitesse variable basés sur des machines alternatives. Le développement de l'électronique de puissance a permis leur pilotage performant en vitesse.

10. - TRACTION FERROVIAIRE ELECTRIQUE

Il existe essentiellement deux types d'alimentation (continu et monophasé) et trois systèmes (continu, monophasé 16,67 Hz et monophasé 50 Hz) pour la traction électrique ferroviaire :

- alimentation continue,
 - basse tension (750 V) : transports urbains,
 - 1500 V / 3000 V : trains,
- alimentation alternative monophasée,
 - fréquences industrielles 50 - 60 Hz,
 - fréquences spéciales 16,67 Hz - 25 Hz.

L'alimentation alternative triphasée pour un entraînement par des moteurs asynchrones existe mais elle est extrêmement limitée. Elle nécessite notamment 3 caténaires. Par ailleurs, les moteurs asynchrones ne possèdent pas un couple de démarrage très élevé et leur variation de vitesse n'est pas facile sans convertisseur de puissance.

Avant l'apparition très récente (années 80) des convertisseurs de puissance pour machines alternatives, seuls les moteurs CC ou universel permettait un fonctionnement à vitesse variable. Sans convertisseur électronique, la variation de vitesse d'un moteur CC se faisait de deux façons :

- réglage de la tension d'induit des moteurs,
 - couplages des différents moteurs (série, //),
 - faire chuter la tension dans une résistance : rhéostat,
 - variation de tension par transformateur : alternatif,
- réglage de l'excitation des moteurs,
 - variation de vitesse dans une plage réduite (désexcitation pour augmenter la vitesse finale).

Ces modes de réglage de la vitesse des moteurs CC ont conduit aux deux systèmes historiques (tableau 10.1). La fréquence (16 - 25 Hz) a été choisie pour la commutation ne pose pas trop de difficulté et que le transformateur ne devienne pas énorme. La taille d'un transformateur augmente en effet lorsque la fréquence diminue. Par ailleurs au tout départ, les grands réseaux électriques n'existaient pas et l'énergie électrique devait être produite d'où un libre choix de la fréquence et du niveau de tension.

	<i>CONTINU</i>	<i>MONOPHASE A FREQUENCE SPECIALE (16-25 Hz)</i>
<i>Avantages</i>	<ul style="list-style-type: none"> - alimentation directe des moteurs - facilité production du continu à partir du réseau 	<ul style="list-style-type: none"> - réglage aisé tension par transfo. embarqué - tension "élevée", peu de sous stations (60 km sous 25 kV) - caténaire légère
<i>Inconvénients</i>	<ul style="list-style-type: none"> - limitation en tension des moteurs - nombreuses sous stations (20 km (1500V)) - caténaire "lourde" 	<ul style="list-style-type: none"> - nécessité de produire l'énergie électrique - problèmes de commutation des moteurs CC

Tableau 10.1 : les deux systèmes historiques d'alimentation pour la traction électrique ferroviaire.

Un troisième système est apparu rapidement : le monophasé moyenne tension (25 kV) à fréquence industrielle (50 Hz ou 60 Hz). C'est la meilleure solution et elle s'est imposée pour les nouvelles réalisations. Les sous-stations

sont peu nombreuses et la caténaire légère. La conversion se fait à bord après un transformateur abaisseur. Au début comme les redresseurs n'étaient pas commandés, la variation de tension se faisait par le transformateur (à rapport variable ou à prises multiples). La mise au point de redresseurs commandés a permis de faire varier simplement et de manière précise la tension avec un transformateur à rapport fixe. L'alimentation monophasée autorise des puissances beaucoup plus élevées comparées aux autres systèmes (tableau 10.2).

Alimentation	Puissance
25 kV - 50 Hz	12 200 kW
3 kV _{cc}	5 700 kW
750 V _{cc} (patins sur 3 ^{ème} rail)	3 400 kW

Tableau 10.2 : puissances disponibles sur le T.G.V. EUROSTAR en fonction du système d'alimentation.

La figure 10.1 donne un schéma de principe pour la traction électrique en continu sans convertisseur. La figure 10.2 donne la version "moderne" pour une alimentation monophasée et un entraînement par moteur CC (T.G.V. PSE par exemple).

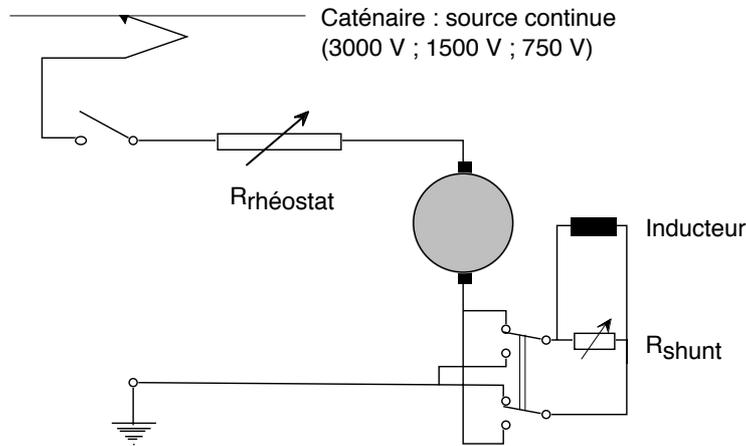


Figure 10.1 : schéma électrique "historique" pour la traction ferroviaire continue.

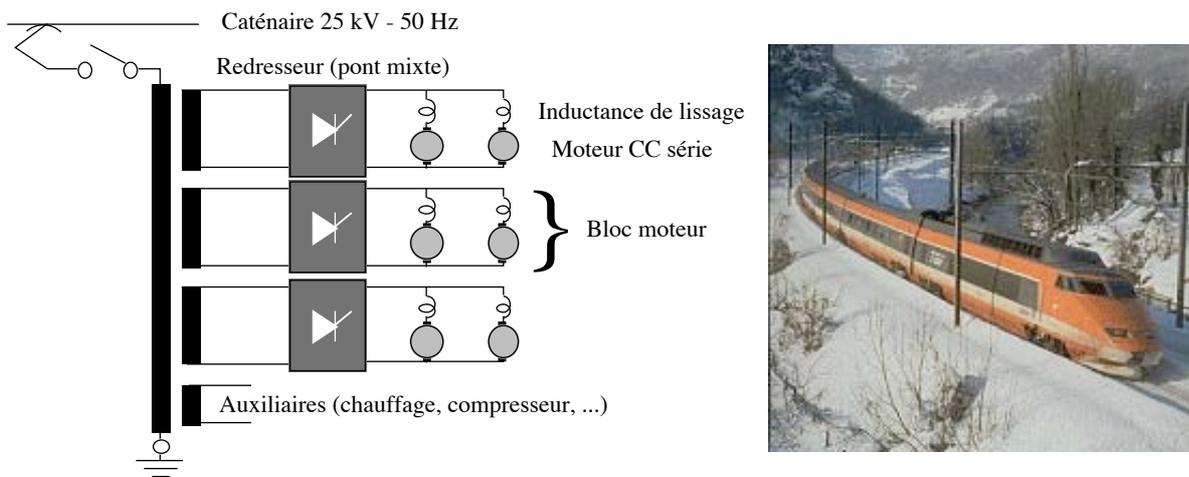


Figure 10.2 : schéma électrique de principe pour le T.G.V. PSE sous 25 kV - 50 Hz.



Figure 10.3 : évolution des T.G.V. : Eurostar (12 MW tri-courant) et Thalys (8,8 MW quadri-courant).

L'évolution de la motorisation (tableau 10.3) a suivi l'évolution de l'électronique de puissance, surtout des composants qui sont devenus de plus en plus performants et faciles à commander. Après les redresseurs à vapeur de mercure sont apparus les redresseurs au Silicium avec les diodes puis les thyristors. Ceux-ci ont permis de commander les redresseurs. Outre le thyristor, d'autres composants blocables plus simplement (absence de circuit de blocage) ont été mis au point avec les GTO réservés aux fortes puissances puis les transistors IGBT dont le domaine d'utilisation ne cesse de s'étendre.

<p>◆ Moteurs CC (T.G.V. - P.S.E.)</p> <ul style="list-style-type: none"> - problème commutation, entretien - puissance limitée (540 kW - 1515 kg) <p>◆ Moteurs synchrones autopilotés (T.G.V. Atlantique, Duplex, BB 26000)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Plus de commutation - Deux alimentations (rotor avec balais) <p>◆ Moteurs asynchrones (EUROSTAR, TRAM, ASTRIDE)</p> <ul style="list-style-type: none"> - Une seule alimentation - Moteur simple et performant 1000 kW 	<ul style="list-style-type: none"> - 50 Hz : redresseurs à thyristors - CC : hacheur ("transformateur". d.c.) <p>Alimentation triphasée à fréquence variable Onduleurs à thyristors</p> <p>Alimentation triphasée à fréquence variable Onduleurs de tension à GTO</p>
---	---

Tableau 10.3 : évolution de la motorisation utilisée en traction électrique ferroviaire.



Figure 10.4 : locomotive "universelle" BB 36000 Astride (5,6 MW, 88 tonnes)
4 moteurs asynchrones tri-courants (25 kV - 50 Hz ; 3 kV et 1,5 kV continus)



- ◆ Alimentation par caténaire 750 V_{cc}
- ◆ P = 550 kW (2 moteurs de 275 kW)

Moteurs CC alimentés par des hacheurs à thyristors refroidis au Fréon.

Moteurs asynchrones alimentés par des onduleurs de tension ONIX à IGBT à partir de 1996.

Figure 10.5 : tramway (métro léger) de Grenoble.

Evolutions

Les perspectives d'évolution pour la traction ferroviaire sont nombreuses tant au niveau des composants de puissance des convertisseurs ou l'IGBT, composant industriel s'impose, que de la motorisation.

Une autre évolution concerne la motorisation répartie en multipliant les moteurs pour une meilleure adhérence pour la traction mais aussi le freinage. La montée en vitesse pose le problème du freinage avec toujours plus d'acuité. Le frein par courants de Foucault est une solution envisagée.

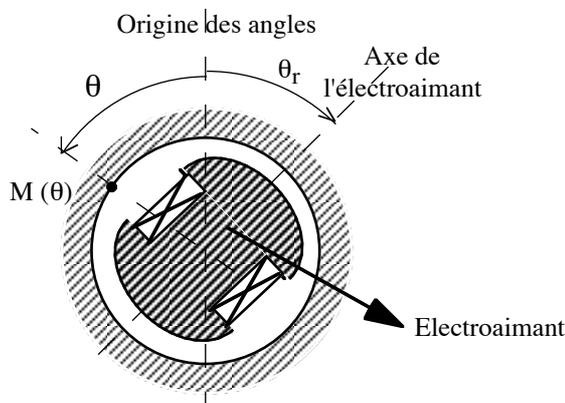
11. - CHAMPS TOURNANTS

11.1 Définitions

- Champ constant : champ dont le module est indépendant du temps.
- Champ fixe : champ dont l'axe a une direction indépendante du temps.
- Champ tournant : champ dont l'axe tourne en fonction du temps.
- Champ alternatif : champ dont le module a une variation temporelle alternative.

11.2 Champ tournant à partir d'un bobinage (aimants) tournant

◆ Cas dipolaire (2 pôles)



R : rayon au niveau de l'entrefer (en M).

Figure 11.1 : dispositif pour créer un champ tournant.

Hypothèse : la répartition de l'induction créée par l'électro-aimant est sinusoïdale au niveau de l'entrefer en $r = R$. Ceci est obtenu par un profil adapté des pôles de l'électro-aimant. Seul le fondamental peut être considéré aussi. L'induction est purement radiale au niveau des enroulements (circuit magnétique infiniment perméable).

$$\vec{b}(R) = b(\theta) \vec{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta_r : \text{angle de l'axe de l'électro-aimant} \\ \theta : \text{angle au niveau des enroulements (point M sur la figure 11.1)} \\ B_m : \text{induction maximale créée par l'électro-aimant} \end{array} \right.$$

$$b(\theta) = B_m \cos(\theta_r - \theta)$$

Si le circuit magnétique n'est pas saturé : $B_m = k i$
 k est un coefficient fonction de la géométrie et du nombre de spires de l'électro-aimant.

L'électro-aimant est entraîné à une vitesse Ω : $\theta_r = \Omega t + \theta_0$ $\left\{ \begin{array}{l} t : \text{temps} \\ \theta_0 : \text{angle à } t = 0 \end{array} \right.$

$$b(\theta) = B_m \cos(\Omega t + \theta_0 - \theta) : \text{induction tournante à } \Omega$$

◆ Cas multipolaire (2p pôles)

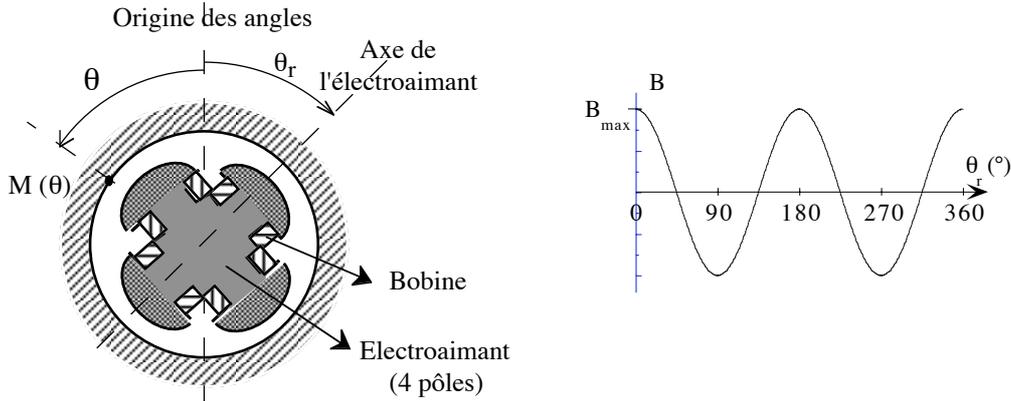


Figure 11.2 : dispositif pour créer un champ tournant quadripolaire.

Comme dans le cas dipolaire, nous avons $\vec{b}(R) = b(\theta) \vec{r}$ mais $b(\theta) = B_m \cos 2(\theta_r - \theta)$.

Si l'électro-aimant est entraîné à une vitesse Ω :

$$b(\theta) = B_m \cos(2\Omega t + 2\theta_0 - 2\theta) \quad : \quad \textit{induction tournante à } \Omega$$

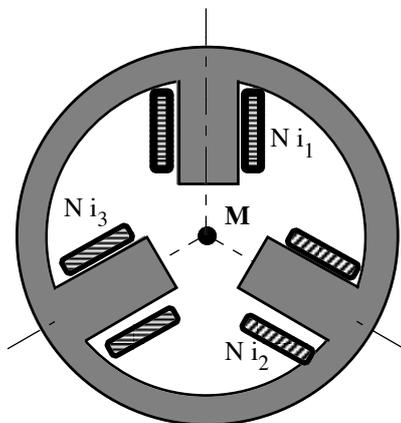
Si l'électro-aimant tournant possède 2p pôles l'induction devient :

$$b(\theta) = B_m \cos(p\Omega t + p\theta_0 - p\theta) \quad : \quad \textit{induction tournante à } \Omega$$

11.3 Champ tournant à partir de bobinages fixes

11.3.1 Etude qualitative

Considérons la structure de la figure 11.3. Les trois enroulements sont identiques (même nombre de spire et même géométrie) mais décalés de $2\pi/3$.



Au centre, en M, l'induction est :

$$\vec{B}(M) = \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M) + \vec{B}_3(M)$$

- Circuit linéaire :
- $B_1(M) = K i_1$
 - $B_2(M) = K i_2$ *même K*
 - $B_3(M) = K i_3$

Figure 11.3 : structure de principe pour créer un champ magnétique tournant.

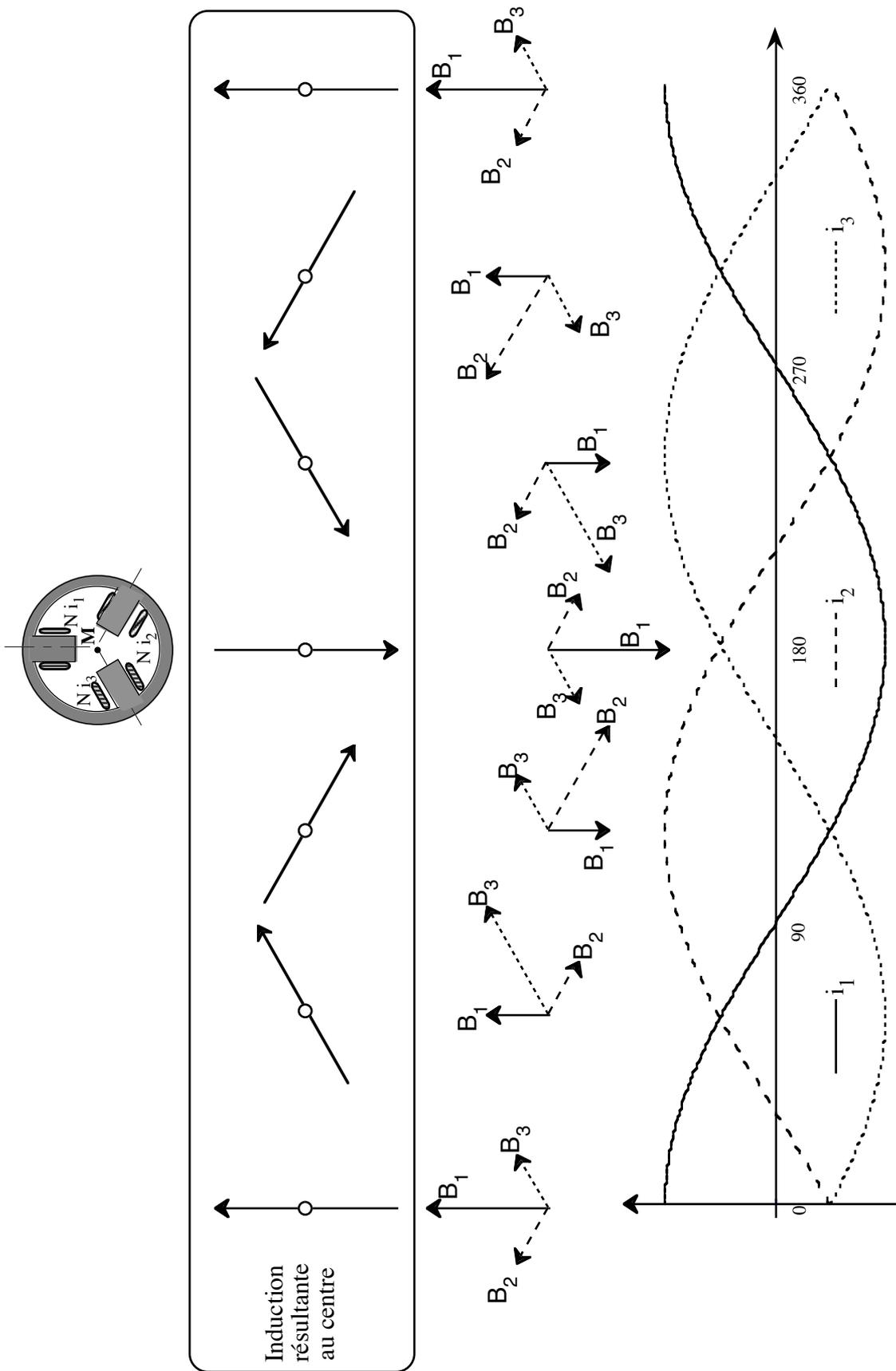


Figure 11.4 : évolution temporelle des inductions des trois enroulements et de l'induction résultante.

Les trois bobinages sont alimentés par un système triphasé équilibré de courant :

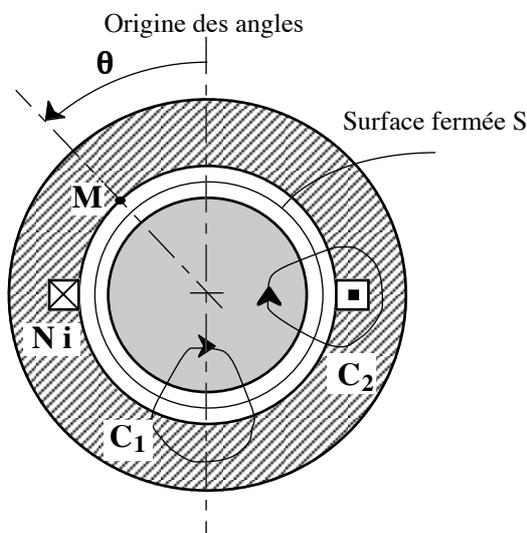
$$\begin{cases} i_1 = I_m \cos \omega t \\ i_2 = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_3 = I_m \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases}$$

La figure 11.4 donne l'évolution temporelle de l'induction au centre (point M) : il s'agit d'une induction d'amplitude constante ($3/2 K I_m$) et dont l'axe tourne à la vitesse ω .

11.3.2 Etude quantitative

11.3.2.1 Champ créé par un courant dans l'entrefer d'une machine

Considérons la structure de la figure 11.5 avec une encoche par pôle et un enroulement diamétral (ouverture π). Calculons l'induction magnétique créée par cet enroulement dans l'entrefer.



Circuit magnétique :

$$\mu_r = \infty \Rightarrow \begin{cases} - H = 0 \text{ dans tout le circuit magnétique} \\ - \text{induction et champ radiaux dans l'entrefer} \end{cases}$$

L'entrefer est supposé suffisamment petit pour que le champ et l'induction y varient très peu.

$$\text{Dans l'entrefer : } \vec{B}(R) = B(\theta) \vec{r} \quad \& \quad \vec{H}(R) = H(\theta) \vec{r}$$

$$\begin{cases} e : \text{largeur d'entrefer} \\ R : \text{rayon de l'entrefer} \\ L : \text{longueur de la machine} \\ N : \text{nombre de spires en série} \\ \quad (\text{conducteurs dans une encoche}) \end{cases}$$

Figure 11.5 : système avec un enroulement diamétral inséré dans un circuit magnétique.

◆ Théorème d'Ampère appliqué au contour C_1 (figures 11.5) :

$$\bullet -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} : \int_{C_1} \vec{H} d\vec{l} = 0 = H(\theta_1) e - H(\theta_2) e \Rightarrow \boxed{H(\theta) = \text{constante} = H_1 = \frac{B_1}{\mu_0}}$$

$$\bullet \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} : \text{ de même : } \boxed{H(\theta) = \text{constante} = H_2 = \frac{B_2}{\mu_0}}$$

◆ Théorème d'Ampère appliqué au contour C_2 (figures 11.5) :

$$\int_{C_2} \vec{H} d\vec{l} = N i = H_1 e + H_2 e \Rightarrow B_1 + B_2 = \mu_0 \frac{N i}{e}$$

◆ Conservation du flux pour la surface S (figure 11.4) :

$$\text{div } \vec{B} = 0 : \iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \Rightarrow B_1 \pi R L - B_2 \pi R L = 0 \Rightarrow \boxed{B_1 = B_2 = \mu_0 \frac{N i}{2 e}}$$

La figure 11.6 donne donc l'évolution de l'induction magnétique dans l'entrefer.

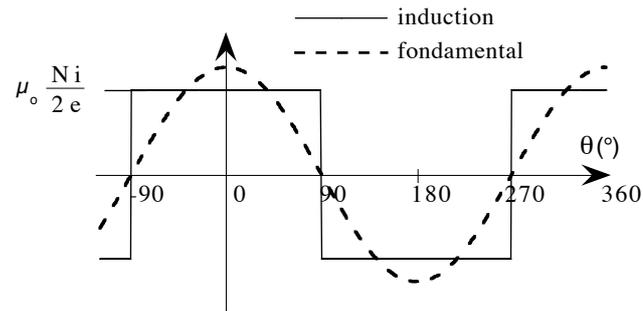


Figure 11.6 : induction magnétique et son fondamental créés par l'enroulement de la figure 11.5.

En répartissant l'enroulement sur plusieurs encoches correctement disposées, on peut obtenir une induction proche de la sinusoïde dans l'entrefer.

$$B(\theta) \approx B_m \cos \theta \quad B_m = \mu_0 \frac{N_s k_f}{2 e} i \quad \left\{ \begin{array}{l} N_s : \text{nombre de spires en série} \\ e : \text{entrefer} \\ k_f : \text{facteur de forme} \end{array} \right.$$

$$B(\theta) = K i \cos \theta \quad K = \mu_0 \frac{N_s k_f}{2 e}$$

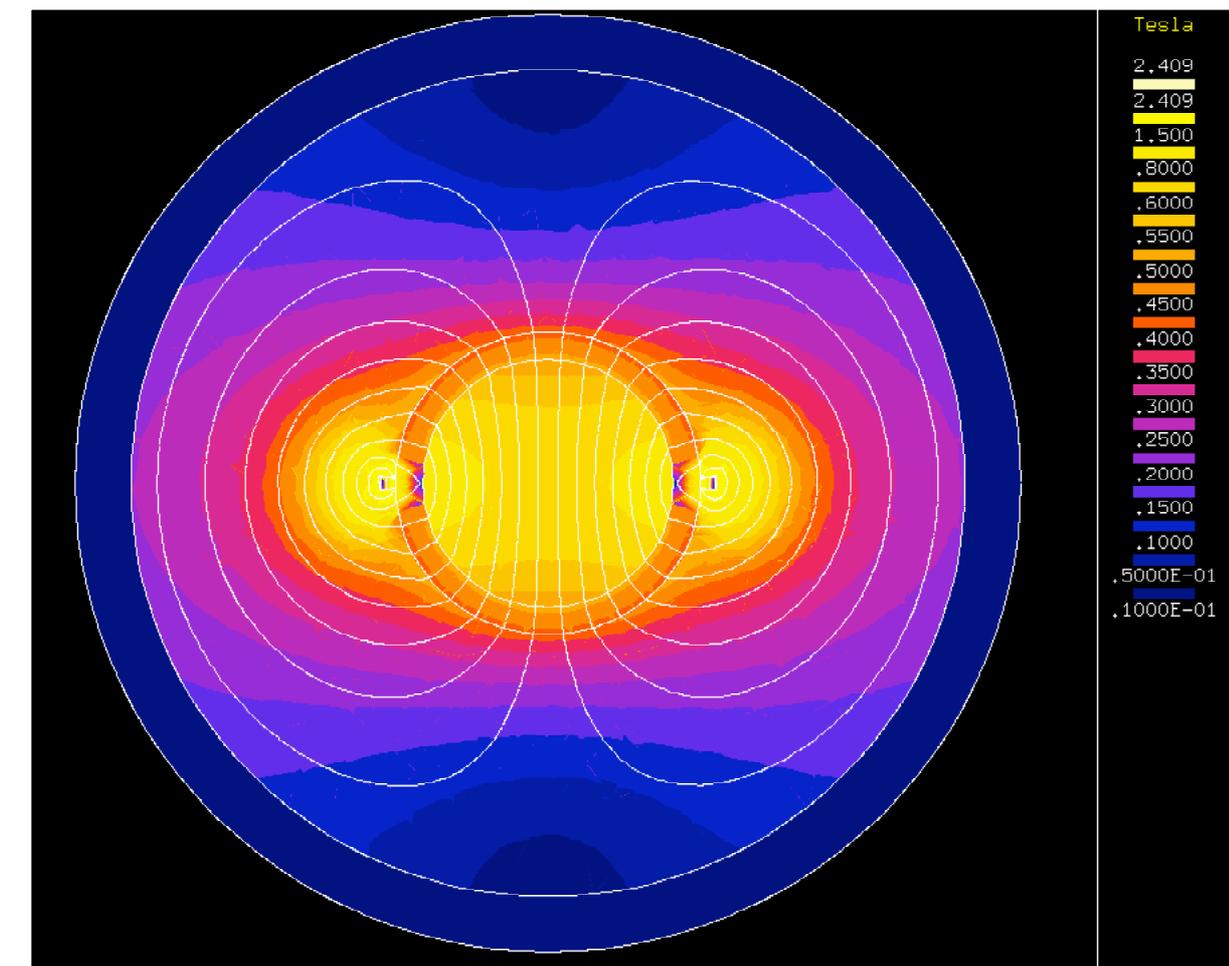


Figure 11.7 : dégradé d'induction magnétique créée par un enroulement diamétral (Flux2D).

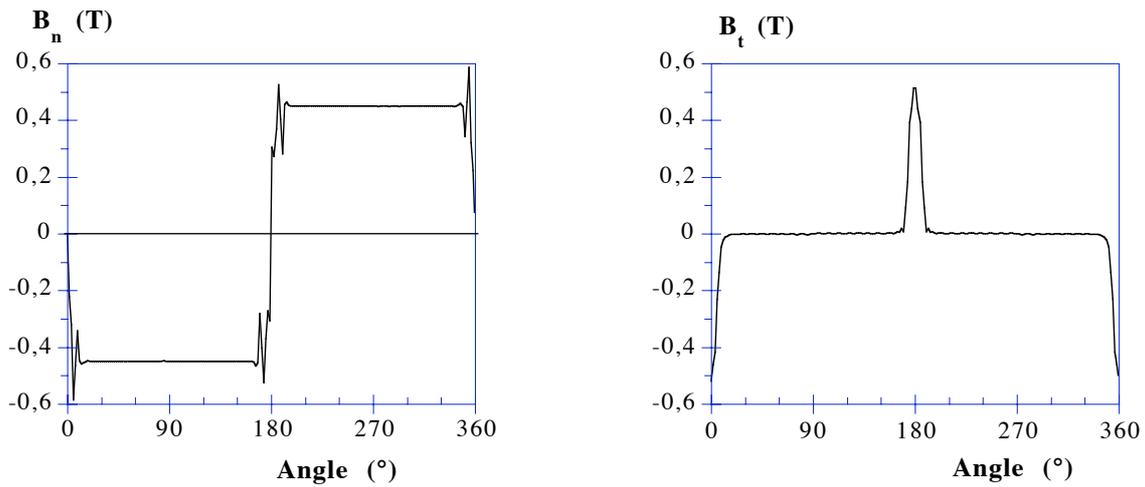


Figure 11.8 : composantes normale et tangentielle de l'induction magnétique au centre de l'entrefer.

11.3.2.2 Champ créé par un système triphasé équilibré de courant dans l'entrefer

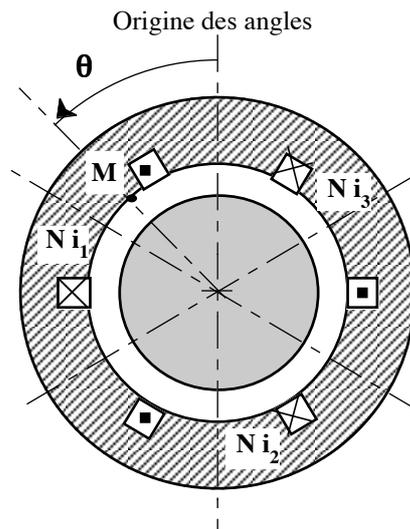


Figure 11.9 : dispositif avec un système triphasé d'enroulements diamétraux insérés dans un circuit magnétique.

Les trois enroulements sont alimentés par un système triphasé équilibré de courant :

$$\begin{cases} i_1 = I\sqrt{2} \cos \omega t \\ i_2 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ i_3 = I\sqrt{2} \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{cases}$$

$$B_{\text{total}}(M) = B_1(M) + B_2(M) + B_3(M)$$

$$B_{\text{total}}(M) = K i_1 \cos \theta + K i_2 \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + K i_3 \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$B_{\text{total}}(M) = K I \sqrt{2} \left[\cos \omega t \cos \theta + \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$\mathbf{B}_{\text{total}}(\mathbf{M}) = \frac{3}{2} \mathbf{K} \mathbf{I} \sqrt{2} \cos(\omega t - \theta) : \text{induction tournante constante à la vitesse } \omega$$

Il est possible de créer une induction ou un champ tournant à partir de trois enroulements fixes décalés de $2\pi/3$ et parcourus par des courants triphasés équilibrés.

Cas multipolaire :

Si les enroulements ne sont plus dipolaires mais avec $2p$ pôles, l'ouverture des spires (diamétrales) est de π/p et l'induction s'exprime alors en supposant sa répartition spatiale sinusoïdale :

$$B(\theta) = K i \cos p \theta$$

Avec le même raisonnement que dans le cas dipolaire, l'induction résultante d'un enroulement triphasé avec p paires de pôles, alimenté par un système triphasé équilibré de courant, crée une induction d'amplitude constante tournante à la vitesse égale à la pulsation des courants divisée par le nombre de paires de pôle, c'est le théorème de Ferraris :

$$\mathbf{B}_{\text{total}}(\mathbf{M}) = \frac{3}{2} \mathbf{K} \mathbf{I} \sqrt{2} \cos(\omega t - p\theta) : \text{induction tournante constante à la vitesse } \omega/p$$

11.4 Champ fixe sinusoïdal

Une induction magnétique fixe sinusoïdale est la somme de deux inductions tournantes de même amplitude mais tournantes en sens inverse, c'est le théorème de Leblanc.

$$B(\theta) = K i \cos p \theta = K I \sqrt{2} \cos \omega t \cos p \theta = \frac{K I \sqrt{2}}{2} \left[\cos(\omega t + p \theta) + \cos(\omega t - p \theta) \right]$$

ANNEXES

- Éléments mathématiques -

	$\vec{\text{grad}} V$	$\text{div } \vec{A}$ $\nabla \cdot \vec{V}$	$\vec{\text{rot}} A$
Repère cartésien $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix}$
Repère cylindrique $\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ z \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$ $\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \end{pmatrix}$

$$\vec{\nabla} \vec{A} = \begin{pmatrix} \nabla A_x \\ \nabla A_y \\ \nabla A_z \end{pmatrix} \quad (\text{cartésien}) \qquad \vec{\nabla} \vec{A} = \nabla \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_z \end{pmatrix} \quad (\text{cylindrique})$$

Quelques relations et formules :

$$\vec{\text{rot}} (\vec{\text{grad}} V) = 0 \qquad \text{div} (\vec{\text{rot}} A) = 0$$

$$\text{div} (V \vec{A}) = V \text{div} \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{\text{grad}} V \qquad \text{div} (\vec{A} \wedge \vec{B}) = - \vec{A} \cdot \vec{\text{rot}} B + \vec{B} \cdot \vec{\text{rot}} A$$

$$\vec{\text{rot}} (V \vec{A}) = V \vec{\text{rot}} A + \vec{\text{grad}} V \wedge \vec{A} \qquad \vec{\text{rot}} (\vec{\text{rot}} A) = \vec{\text{grad}} (\text{div} A) - \vec{\nabla} \wedge A$$

◆ *Formule de Stokes* : $\int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{\text{rot}} A \cdot d\vec{S}$ $\begin{cases} C : \text{chemin fermé} \\ S : \text{orientée par le parcours de } C \end{cases}$

◆ *Formule d'Ostrogradski* : $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \Phi(\vec{A}) = \iiint_U \text{div} \vec{A} \, dV$ $\begin{cases} S : \text{surface fermée} \\ U : \text{volume dans } S \end{cases}$

- Petite chronologie de l'électricité -

("Les grandes dates de l'électricité", Société Française des Electriciens)

- 1800 Volta découvre la pile.
- 1812 Fourier crée l'analyse harmonique.
- 1820 Oersted découvre la déviation d'une aiguille aimantée par un courant.
Ampère fait connaître les lois fondamentales de l'électromagnétisme.
Laplace calcule la force résultante d'un courant et d'une induction.
Biot et Savart mesurent les inductions créées par des courants.
- 1821 Seebeck découvre la thermoélectricité.
- 1824 Poisson donne la théorie mathématique du magnétisme.
- 1827 Ohm publie la loi d'"Ohm".
Foucault invente la turbine hydraulique.
- 1828 Barlow invente la roue de "Barlow".
- 1831 Faraday découvre les lois de l'induction.
- 1832 Henry expose la théorie de l'auto-induction.
Pérez construit la première machine tournante hétéropolaire.
Morse conçoit son télégraphe électrique.
- 1833 Faraday découvre les lois quantitatives de l'électrolyse.
Lenz établit la loi donnant le sens du courant.
- 1834 Peltier découvre l'effet "Peltier".
- 1839 A. Becquerel invente la cellule photovoltaïque.
Grove invente une pile à gaz, première pile à combustible.
- 1841 Joule formule l'effet "Joule".
- 1844 Wheatstone invente un pont pour mesurer des résistances.
- 1855 Foucault découvre les courants induits dans les masses métalliques.
- 1856 Plante invente l'accumulateur électrique.
- 1865 Maxwell édifie la théorie électromagnétique de la lumière (équations de Maxwell).
- 1866 Leclanché invente la pile "Leclanché".
- 1869 Berges commence ses premiers travaux hydroélectriques à Lancey près de Grenoble.
Gramme invente le collecteur.
- 1871 Gramme présente la première dynamo.

- 1876 Bell met au point et développe le téléphone.
- 1879 Siemens construit la première locomotive électrique.
- 1880 P. & M. Curie découvre la piézoélectricité.
Hall découvre l'effet "Hall".
Warburg découvre l'hystérésis magnétique.
- 1882 Tesla découvre le phénomène de champ tournant.
Edison exploite la première centrale (400 lampes, 59 clients).
- 1883 Deprez réalise un "transport de force" entre Grenoble et Vizile.
Thevenin démontre le théorème de "Thevenin".
- 1884 Gaulard et Gibbs communiquent le principe de générateur secondaire (le transformateur).
- 1884 Poynting établit le théorème de "Poynting".
- 1886 Hopkinson publie sur les dynamos, en particulier le dimensionnement du circuit magnétique.
Hertz détecte les ondes électromagnétiques.
Stanley met en oeuvre le premier réseau alternatif.
- 1888 Ferraris et Tesla réalisent indépendamment le premier moteur à induction.
- 1892 Boucherot et Blondel donnent la théorie du couplage des alternateurs.
- 1895 Roentgen découvre les rayons X.
P. Curie publie sur le magnétisme (point de Curie).
- 1896 Marconi réalise les premières radiocommunications.
H. Becquerel découvre la radioactivité.
- 1900 Boucherot énonce le principe de conservation de la puissance réactive.
- 1901 Marconi réalise la première liaison radio transatlantique.
- 1907 Weiss établit une théorie du magnétisme.
- 1911 Kammerling Onnes découvre la supraconductivité.
- 1913 Langmur invente la lampe à filament de tungstène.